

Риск-ориентированный контроль содержания в воде загрязняющих веществ

Л.Н. Александровская¹, *О.М. Розенталь²

¹Московский авиационный институт (МАИ), Российская Федерация, 125993, г. Москва А-80, ГСП-3, Волоколамское шоссе, д. 4

²Институт водных проблем РАН, Российская Федерация, 119991, г. Москва, ул. Губкина, д. 3.

*Адрес для переписки: Розенталь Олег Моисеевич, E-mail: orosental@rambler.ru

Поступила в редакцию 11 ноября 2015 г., после доработки – 3 февраля 2016 г.

Анализ и контроль степени загрязнения природной, сточной и другой воды опирается на методы выборочного контроля. При этом, если обоснование объема измерений, необходимых для оценивания контролируемых показателей с заданной точностью или принятия решений о соответствии/несоответствии воды установленной предельно допустимой концентрации (ПДК) с заданной достоверностью достаточно хорошо известно, то вопрос о частоте проведения измерений остается открытым. Решение задачи обоснования частоты измерений, приведенное в данной работе, важно потому, что водный поток является существенно нестационарным от сезона к сезону, в течение месяца и даже в течение недель и дней вследствие природных и техногенных причин. В статье впервые предлагается возможный подход к выбору частоты измерений, основанный на математическом аппарате спектрального анализа. Приведена иллюстрация данного подхода, представляющая собой рабочую методику решения поставленной задачи. Приведенный расчетный пример при наличии необходимой измерительной информации может быть обобщен на проведение анализа изменений загрязняющих воду веществ различной природы (в примере дан расчет частоты измерений, позволяющих корректно выявить еженедельные изменения; аналогично может быть выполнен расчет для случая сезонных изменений). Выбор интервала дискредитации не является самоцелью – он необходим для решения общей задачи оценки соответствия концентрации загрязняющих веществ ПДК. Поэтому материал статьи дополнен задачей обоснования классификации воды при принятии решения об ее соответствии/несоответствии установленным требованиям с учетом степени влияния факта превышения ПДК, возникающего, например, вследствие погрешности измерений оцениваемых значений концентрации.

Ключевые слова: контроль концентрации, предельно допустимый риск, периодичность измерений, спектральный анализ, амплитудно-частотная характеристика, функция полезности, классы качества воды

For citation: *Analitika i kontrol'* [Analytics and Control], 2016, vol. 20, no. 1, pp. 6-14.

DOI: 10.15826/analitika.2015.20.1.004

Risk-based monitoring of water pollutants

L.N. Aleksandrovskaya¹, *O.M. Rosenthal²

¹Moscow aviation Institute (MAI), Volokolamskoe shosse, 4, Moscow, 125080, Russian Federation

²Institute of water problems of RAS, ul. Gubkina, 3, Moscow, 125993, Russian Federation

*Corresponding author: Oleg M. Rosenthal, E-mail: orosental@rambler.ru

Submitted 11 November 2015, received in revised form – 03 February 2016

The quality control of natural water, wastewater and other water is mainly based on the methods of sampling. In this case, the justifications for the measurements volume required for evaluating the monitored indicators with a given accuracy or for making the decisions about compliance / non-compliance of water according to the established maximum permissible concentration (MPC) with a given reliability are well known. However, the question about the frequency of these measurements remains open. The solution to the frequency of measurement problem given in this study is an important one because the water flow is greatly

unsteady from season to season, during the month, and even in the weeks and days as a result of natural and man-made causes. This article first proposed a possible approach to the choice of frequency measurement based on the mathematical formalism of spectral analysis. An illustration of this approach as a working method of solving the above-mentioned problem is given. This calculated example along with the necessary measuring data can be generalized to analyze the changes in water pollutants of various nature (in the example, the calculation of the frequency of measurement allowed correctly identifying the weekly changes; similarly, it can be calculated for the case of the seasonal changes). Selecting the discredit interval is not an end in itself - it is necessary for solving the general problem of conformity assessment of MPC pollutants concentration. Therefore, the article is supplemented by justifying the classification of water while making a decision on its compliance to the requirements and taking into the account the degree of influence of exceeding the maximum permissible concentration, for example, due to the measurement error of estimated values of concentration.

Keywords: concentration control, the maximum allowable risk, frequency of measurements, spectrum analysis, frequency response function usefulness, classes of water quality.

Введение

Природные, сточные и другие воды характеризуются непостоянством состава и свойств. Чаще всего фиксируются незначительные отклонения от фонового (среднего) значения концентрации загрязняющих веществ, реже – существенные загрязнения, способные нарушить режим работы систем водопользования или угнетать водные сообщества. Еще более редки высокие уровни загрязнения с необратимыми экономическими или водно-экологическими последствиями, такими как невозможность водопользования, необходимость обращения к альтернативным источникам воды, сокращение биоразнообразия.

Контроль качества вод, будучи системой оперативного наблюдения за водно-экологической безопасностью, ориентирован на обнаружение подобных событий. Однако, измерения качества здесь осуществляются дискретно, тогда как концентрация загрязняющих веществ меняется непрерывно. Поэтому необходим выбор подходящей периодичности измерений, обеспечивающей достаточно малую (допустимую) вероятность ошибок, обусловленных нерепрезентативностью выборки [1]. С этой целью в данной работе предлагается риск-ориентированный подход к контролю качества вод по аналогии

с таким же подходом к контрольно-надзорной деятельности, ранее продемонстрировавшим свою эффективность в развитых экономиках [2].

1. Планирование периодичности измерений

Водно-экологические и экономические потери вследствие недостаточной периодичности измерений могут быть огромны, прежде всего, в промышленных зонах с высокой нестабильностью водопользования [3, 4]. Такова, например, ситуация для воды реки Исеть (левый приток р. Тобол, створ ниже г. Екатеринбург), где концентрация загрязняющих веществ часто превышает предельно допустимое значение (ПДК), причем, содержание меди и бенз(а)пирена за сутки изменяется в разы, азота и фтора – от «не обнаружено» до 2 мг/дм³, минерализации – от 100 до 400 мг/дм³, а измерения осуществляются только один раз в месяц. Риск принятия ошибочных решений демонстрирует рис. 1, где приведены результаты исследования концентрации бенз(а)пирена в воде (данные аккредитованной лаборатории ОАО «Акваметрия» при участии Уральского центра стандартизации УРАЛТЕСТ). Из рис. 1, а следует, что если бы исследования проводились на 6, 13 или 14-й день, то было бы признано соответствие воды установ-

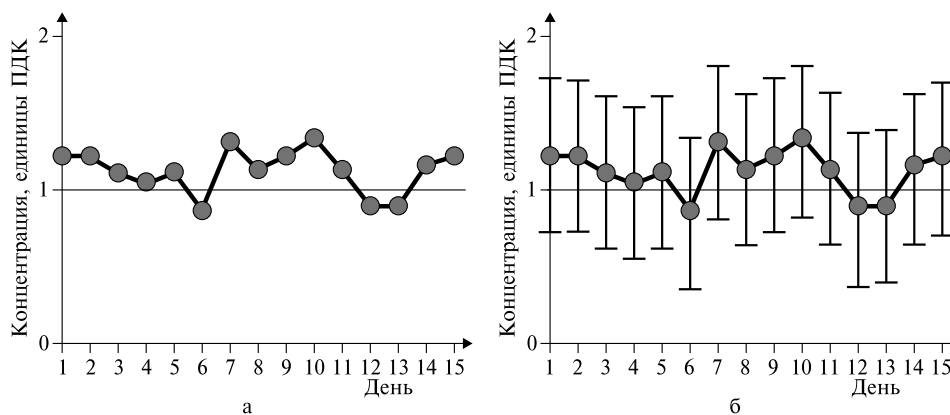


Рис. 1. Результаты ежедневных измерений концентрации бенз(а)пирена в воде р. Исеть (створ 4 км ниже Екатеринбурга, 1998 г., начало августа): а – без указания погрешности измерений, б – с указанием погрешности измерений

Fig. 1. The results of daily measurements of the concentration of benz(a)pyrene, r. Iset', target 4 km below Ekaterinburg, 1998, the beginning of August: а – without measurement errors, б – with an indication of the measurement errors

ленным требованиям по данному веществу, а в другие дни – несоответствие. Если же учесть погрешность измерений (рис. 1, б), то тогда ни одному результату нельзя доверять полностью. Несмотря на это, руководящие документы допускают, что «при принятии административных решений по оценке превышения результатов определения содержания контролируемого показателя ... к рассмотрению принимают результат определения без учета значений характеристики погрешности» [5]. Тем самым устанавливается «безрисковый» подход к контролю качества вод, при котором велико число признанных правильными ошибочных значений и количество забракованных правильных значений. Такие ошибки исправить обычно не удается, вследствие чего все исследования, даже с использованием самого точного оборудования, становятся бессмысленными.

В России периодичность измерений качества природных вод регламентирована следующими стандартами:

ГОСТ 51592-2000 Вода. Общие требования к отбору проб (с 2014 г. вводится в действие ГОСТ 31861-2012);
ГОСТ 53415-2009 Вода. Отбор проб для микробиологического анализа (с 2014 г. вводится в действие ГОСТ 31942-2012);

ГОСТ 17.1.5.05-85. Охрана природы. Гидросфера. Общие требования к отбору проб поверхностных и морских вод, льда и атмосферных осадков;
ГОСТ 17.1.4.01-80. Охрана природы. Гидросфера. Общие требования к методам определения нефтепродуктов в природных и сточных водах.

Использование этих документов корректно при условии, что качество воды заметно не изменяется за время между отборами проб для измерений, поскольку оценка изменчивости здесь не предусмотрено. Основательнее стандарты ИСО серии 5667 (в 19 частях), некоторые руководства, например, EPA Guidelines и их российские аналоги, где принята схема статистического приемочного контроля по выборкам из генеральной совокупности контролируемых объектов. Достоинством этих документов является необходимость получения априорной информации о показателях качества воды, однако поставленная документами цель – установление периодичности измерений – здесь также не достигается. По выборочным данным невозможно установить, с каким периодом следует выполнять измерения. Для этого необходимо исследование частотного состава измеряемой характеристики. Такова задача математического аппарата спектрального анализа, которая сводится к согласованию аналоговых и дискретных сигналов. Ее решение основано на теореме отсчетов Котельникова-Найквиста-Шеннона [6], определения частоты дискретизации для последующего безошибочного восстановления непрерывного сигнала.

По [6] значения любой функции, например, концентрации посторонних веществ в воде C_t , представляющей собой суперпозицию простых гармоник с частотами от 0 до f_{\max} , можно фиксировать с любой точностью при помощи измерений, следующих друг за другом через $\frac{1}{2f_{\max}}$ единиц времени. В случае строго периодического изменения контролируемого показателя, например, с частотой f и периодом T , интервал времени между моментами наступления одного и того же значения этого показателя (половина полного цикла) равен $\Delta t = \frac{1}{2f} = \frac{T}{2}$. Бесконечный временной ряд значений случайного произвольного показателя, такого как концентрация постороннего вещества в водной матрице, в соответствии с вышесказанным можно представить в виде суммы нескольких периодических рядов и среднего значения искомой величины \bar{C} . Эта модель имеет вид:

$$C_t = \bar{C} + \sum_{i=1}^{\infty} A_i \cos(\omega_i t - \Theta_i) \quad (1)$$

где ω_i – угловая частота ($0 \leq \omega_i \leq 2\pi$), Θ_i – фаза, A_i – амплитуда.

Данное уравнение записывают также через тригонометрические функции без явного упоминания о фазе:

$$C_t = \bar{C} + \sum_{i=1}^{\infty} \alpha_i \cos \omega_i t + \sum_{i=1}^{\infty} \beta_i \sin \omega_i t \quad (2)$$

где $\alpha_i = A_i \cos \Theta_i$, $\beta_i = A_i \sin \Theta_i$, $A_i^2 = \alpha_i^2 + \beta_i^2$, $\Theta_i = \arctg \frac{\beta_i}{\alpha_i}$.

Реальные временные ряды имеют конечную длину. Если имеется N измерений ряда C_1, C_2, \dots, C_N , то можно оценить не более N параметров уравнений типа (1) или (2). Однако, прежде чем сформулировать модель с конечным числом составляющих, сделаем два замечания.

1. Если интервал между измерениями есть некоторая постоянная величина, например, одна неделя, то самый большой период косинусоиды (гармоника с наибольшим периодом), которую можно наблюдать, равен N недель, что соответствует угловой частоте $\frac{2\pi}{N}$.

2. Наименьший период косинусоиды, которую можно наблюдать (гармоника с наименьшим периодом), составляет две недели, в течение которых завершается единственный цикл. Эта гармоника имеет угловую частоту $\frac{2\pi}{2} = \pi$ радиан в неделю. Другими словами, в данном случае минимальный период, в который производится два измерения, составля-

ет две недели. Положив $N = 2n$, получим угловую частоту i -той составляющей $\omega_i = \frac{2\pi i}{N}$, $i = 0, 1, \dots, n$.

С учетом сделанных замечаний выражения (1) и (2) можно записать в виде конечных аналогов:

$$C_t = \bar{C} + \sum_{i=1}^n A_i \cos(\omega_i t - \Theta_i) \quad (3)$$

$$C_t = \bar{C} + \sum_{i=1}^n \alpha_i \cos \omega_i t + \sum_{i=1}^n \beta_i \sin \omega_i t. \quad (4)$$

Параметрами в (3) являются \bar{C} , A_i , Θ_i , а в (4) – \bar{C} , α_i , β_i .

Оценки наименьших квадратов параметров разложения временного ряда в гармоники следующие:

$$\hat{\alpha}_i = \begin{cases} \frac{2}{N} \sum_{t=1}^N C_t \cos \omega_i t & i = 1, 2, \dots, n-1; \\ \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N C_t \cos \omega_i t & i = 0, n \end{cases} \quad (5)$$

$$\hat{\beta}_i = \begin{cases} \frac{2}{N} \sum_{t=1}^N C_t \sin \omega_i t & i = 1, 2, \dots, n-1; \\ \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N C_t \sin \omega_i t & i = 0, n \end{cases}$$

При $i = 0$, $\omega_i = 0$ – это «волны» с нулевой частотой, представляющие собой оценку среднего значения:

$$\bar{C} = \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N C_t = \hat{\alpha}_0; \quad \hat{\beta}_0 = 0; \quad \hat{A}_0 = \sqrt{\hat{\alpha}_0^2 + \hat{\beta}_0^2} = \hat{\alpha}_0;$$

$$\hat{\Theta}_0 = 0. \text{ При } i = n.$$

Оценки (5) можно получить умножением обеих частей выражения (4) на $\cos \omega_i t$ (или $\sin \omega_i t$) и суммированием по N . Тогда, с учетом свойства ортогональности функций синуса и косинуса, получим систему нормальных уравнений метода наименьших квадратов. Следовательно, (5) есть оценки наименьших квадратов.

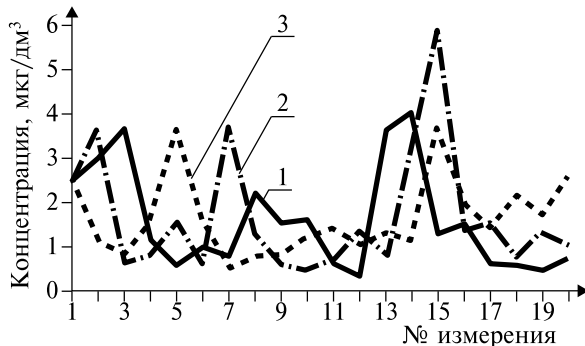


Рис. 2. Результаты измерений концентрации меди в воде р. Исеть (створ 1 км выше Екатеринбурга) через: 1 – одну, 2 – две и 3 – три недели

Fig. 2. The results of measurements of the concentration of copper in the r. Iset', target 1 km above Eekaterinburg in: 1 – one week, 2 – two weeks, 3 – three weeks

Таким образом, число измерений N связано с числом гармоник $n = \frac{N}{2}$, которые могут быть выделены при проведении спектрального анализа. При этом n -ая гармоника с наименьшим периодом определяет интервал дискретизации $\Delta t = \frac{T_n}{2}$, для определения которого нужно знать минимальный период, в свою очередь зависящей от числа измерений с шагом Δt .

Объем вычислений при этом значителен. Число оцениваемых параметров в уравнении (4) равно N (а не $N + 1$, как это может показаться, т.к. $\omega_n = \pi$ и составляющая $\beta_n \sin \omega_n t = \beta_n \sin \pi t = 0$ для произвольного момента времени), причем, в каждом уравнении системы (5) производится N вычислений для $C = C_1, \dots, C_N$. Таким образом, реализацию алгоритма системы (4) и (5) можно осуществлять только с применением вычислительной техники. Однако при решении практической задачи контроля качества вод не обязательно выделять все n гармоник. В данном случае можно использовать несколько массивов накопленных данных по исследуемому объекту; важно лишь, чтобы из этих массивов отбирались значения величины, полученные при различных частотах измерения – $f, 2f, 3f, \dots$. Это позволяет упростить расчет, используя выражения (5) при $i = 0$ и $i = n$.

Поясним это на примере 20 еженедельных измерений, по которым можно выделить 10 косинусоид с периодами 2, 4, 6 ..., 20 недель. Интересующие нас косинусоиды с тремя первыми периодами приведенного ряда могут быть построены по общим формулам (5). Однако, если есть возможность получить также выборки объемом 20 измерений с периодичностью один раз в две недели и один раз в три недели, то можно пользоваться более простыми формулами для конечных значений $\hat{\alpha}_n$ и $\hat{\beta}_n$, где наиболее быстрая косинусоида при $i = n$ будет соответствовать периодам 4 или 6 недель. Тогда объем необходимых вычислений существенно сокращается, как это показано ниже для конкретного примера.

Пример 1. Выбрать периодичность измерений, если имеются три выборки по 20 измерений каждая для показателя качества воды в реке Исеть (створ ниже г. Каменск-Уральского, данные аккредитованной лаборатории ОАО «Акватметрия» при участии Уральского центра стандартизации УРАЛТЕСТ) с разной периодичностью измерений Δt (рис. 2).

Решение. Результаты расчета с использованием вышеприведенных выражений по данным, представленным на рис. 2, сведены в табл. 1.

Заметим, что во второй и третьей выборках наблюдались сверхнормативные выбросы, поэтому перед обработкой результатов измерений проводилась оценка выпадающих данных по непараметри-

Таблица 1

Результаты расчета средней концентрации бенз(а)пирена в воде, среднеквадратического отклонения S и амплитуды n-ой гармоники в выборках

Δt , (неделя)	1	2	3
T, неделя	2	4	6
C, мкг/л	1.584	1.558	1.42
S, мкг/л	1.183	1.01	1.06
A_n , мкг/л	0.023	0.189	0.22

чекскому критерию Диксона [7] $\frac{C_{(n)} - C_{(n-1)}}{C_{(n)} - C_{(1)}} \leq \tau_{1\alpha}(n)$,

для одного аномального результата измерений, а для двух - $\frac{C_{(n)} - C_{(n-2)}}{C_{(n)} - C_{(1)}} \leq \tau_{2\alpha}(n)$. Здесь α – вы-

бранный уровень значимости ($\alpha = 0,05$). Используются обозначения порядковой, т.е. упорядоченной по убыванию выборки измеренных значений величин: $C_{(n-2)}, C_{(n-1)}, C_{(n)}$, где $C_{(n)}$ – соответственно, максимальное значение концентрации в выборке объема n; значения, следующие за максимальным $C_{(n)} > C_{(n-1)} > C_{(n-2)}$; минимальное значение $C_{(1)} < \dots < C_{(n)}$; $\tau_{1\alpha}(n), \tau_{2\alpha}(n)$ – квантили распределения Диксона. В результате максимальное значение во второй выборке ($\Delta t = 2$ недели) и два последовательных наибольших значений в третьей выборке ($\Delta t = 3$ недели) признаны аномальными и исключены из расчетов.

Далее, с использованием статистических критериев проверки однородности исследовалась равенство наиболее различающихся оценок дисперсий и математических ожиданий:

- по критерию Фишера для оценок дисперсий $\frac{S_1^2}{S_2^2} \leq F_{1-\alpha}(n_1 - 1, n_2 - 1)$, где $S_1^2 > S_2^2$, $F_{1-\alpha}$ – квантиль распределения Фишера с числом степеней свободы (n_1-1, n_2-1) , $\alpha = 0.95$ – выбранный уровень значимости,

- по критерию Стьюдента для математического ожидания при принятии решения о равенстве дисперсий

$$\frac{\bar{C}_1 - \bar{C}_2}{S \sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}}} \leq t_{1-\alpha}(n_1 + n_2 - 2), \bar{C}_1 > \bar{C}_2, \text{ где } t_{1-\alpha}$$

– квантиль t-распределения Стьюдента с числом степеней свободы n_1+n_2-2 , объединенная дисперсия

$$S^2 = \frac{S_1^2(n_1 - 1) + S_2^2(n_2 - 1)}{n_1 + n_2 - 2}$$

В результате проведенных расчетов получено:

1). $\frac{1.183^2}{1.01^2} = 1.36 < F_{0,95}(19,19) = 2.16$, т.е. дисперсии признаны равными; объединенная дисперсия

$$S^2 = (1.4 + 1.03) \frac{20}{38} = 1.28; S = 1.13.$$

$$2). \frac{1.584 - 1.41}{1.13 \sqrt{\frac{2}{20}}} = 0.486 < t_{0,95}(38) = 1.686, \text{ т.е. ма-}$$

тематические ожидания равные.

Результаты анализа представлены на рис. 3. Как видно, амплитуды резко изменяются только в области повышенной периодичности измерений,

отвечающих частотам менее $f = \frac{1}{6}$. При перио-

дах менее двух недель соответствующие гармонические составляющие не вносят существенного вклада в суммарный сигнал. Поэтому в данном случае можно сделать вывод о достаточности проведения измерений один раз в три недели.

Предлагаемый подход может быть применен при проведении допускового контроля, когда решение о соответствии/несоответствии принимается после проведения каждого единичного измерения. При проведении выборочного контроля, при котором решение откладывается до накопления информации достаточного объема, выбор измерений с большим периодом может привести к излишне инерционным решениям, когда контролируемая ситуация изменяется в условиях динамичности свойств водных сред. В этом случае определяющим фактором является репрезентативность выборки, а периодичность измерений определяется исходя из необходимого для получения решения объема выборки.

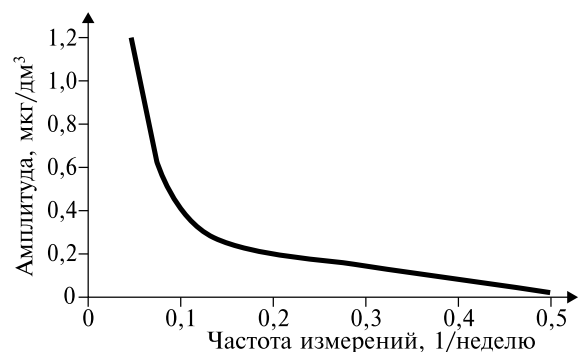


Рис. 3. Значения амплитуды, наиболее быстрых периодических составляющих спектрального разложения временного ряда исследуемых данных, полученных с различной частотой

Fig. 3. The values of amplitude, the fastest periodic components of the spectral decomposition of the time series study of data obtained with different frequency

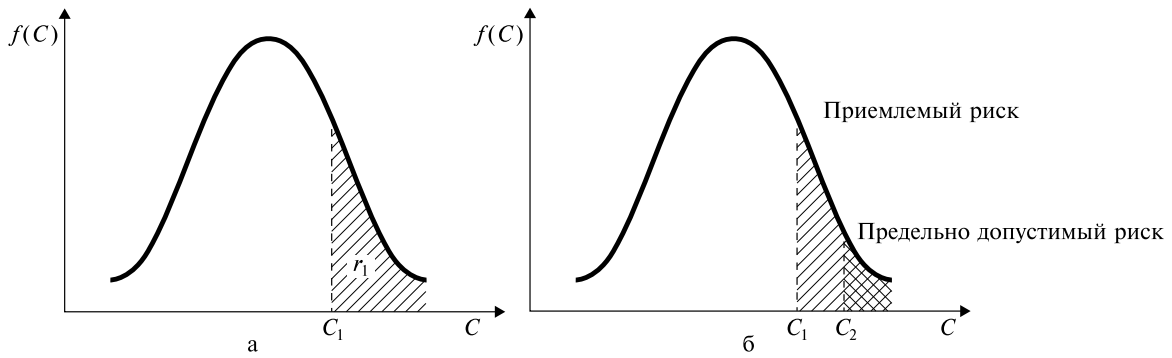


Рис. 4. Схема определения приемлемого риска r_1 как вероятности превышения границы допуска C_1 (а) и предельно допустимого риска r_2 как вероятности превышения ПДК – C_2 (б)
 Fig. 4. Determination diagram of acceptable risk r_1 as the probability of exceeding the tolerance limits C_1 (a) and the maximum allowable risk of r_2 as the probability of exceeding MPC – C_2 (b)

2. Риск-ориентированный подход к классификации вод

Существующая классификация пресных вод по показателям их качества дискретна. Например, европейская система [8] выделяет: воду 1-го класса – для любых видов использования, 2-го класса – для промышленных целей при условии некоторой доочистки и 3-го класса – практически непригодную для хозяйственной деятельности без доочистки. Подобные способы классификации несовершенны, потому что декларируют скачкообразное изменение условий водопользования вместо установления приемлемого риска неблагоприятных последствий, возникающего из-за недостаточного качества воды. Это особенно важно при управлении водопользованием в случаях, когда разные показатели ее качества соответствуют разным классам. В такой ситуации может быть полезен риск-ориентированный подход.

Методику предлагаемого подхода рассмотрим на примере упомянутой системы классификации. Для этого будем учитывать данные контроля, указывающие на снижение качества вод от уровня 1-го класса как до 2-го, так и до 3-го класса. Задача

не сводится к установлению уровня риска чрезвычайных (катастрофических) ситуаций. Она распространяется на случаи загрязнения вод, не выходящего за недопустимые пределы, что отвечает не слишком малым рискам (вероятностям реализации негативных событий).

Пусть норматив качества воды, обеспечивающего ее безопасное промышленное использование задан в виде $C \leq C_1$, а $[0, C_1]$ – «допустимый интервал» в соответствии с терминологией, рекомендованной Объединенным комитетом по руководствам в метрологии [9]. Тогда, учитывая вероятностный характер контролируемого показателя, описываемого некоторой плотностью вероятности $f(C)$, получим выражение для приемлемого риска (рис. 4, а) $r_1 = 1 - \int_0^{C_1} f(C)dC$. Здесь допуск «вырезает» из плотности вероятности площадь, соответствующую вероятности безопасно водопользования.

Учитывая вышеизложенное, распространим риск-ориентированный подход на случай двухступенчатого допуска, при котором вероятность выполнения условия $C \leq C_1$ определяет приемлемый риск, а неравенства $C \leq C_2$ - предельно допустимый риск r_2 , меньший, чем приемлемый, причём $C_2 > C_1$ (рис. 4, б).

Для расчета степени снижения качества воды удобно ввести функцию полезности $u(C)$, используемую в экономических моделях для учета потерь на некотором множестве альтернатив. Применительно к рассматриваемой системе классификации качества вод функция $u(C)$ равна единице (максимальна) для допуска $C \leq C_1$, нулю при $C > C_2$ и плавно снижается от единицы до нуля между допусками (в интервале $[C_1, C_2]$) (рис. 5).

С целью упрощения расчетов выбираем линейное снижение функции полезности, сохраняя при этом основные вероятностные аксиомы. Тогда $u(C) = \frac{C_2 - C}{C_2 - C_1}$, так что при $C = C_1$: $u(C) = 1$;

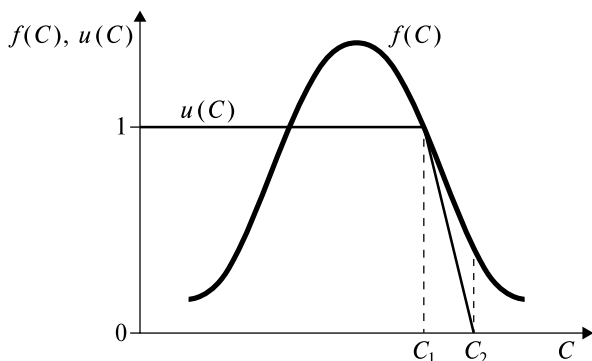


Рис. 5. Схематичное представление структуры функции полезности в зависимости от приемлемой концентрации C_1 и ПДК C_2
 Fig. 5. Schematic representation of the structure of the utility function according to the suitable concentration C_1 and MAC C_2

при $C = C_2$: $u(C) = 0$. При не слишком больших значениях $\Delta C = C_2 - C_1$ для распределения плотности вероятности концентрации можно принять:

$$f(C) = \frac{f(C_1)(C_2 - C)}{C_2 - C_1}. \text{ Тогда при } C = C_1: f(C) = f(C_1);$$

при $C = C_2$: $f(C) = 0$, и, с учетом функции полезности, формула для расчета риска примет вид:

$$r_2 = 1 - \int_0^1 u(C)f(C)dC = 1 - \int_0^1 f(C)dC - \int_{C_1}^{C_2} \frac{f(C_1)(C_2 - C)^2}{(C_2 - C_1)^2} dC = r_1 - \frac{1}{3} f(C_1)\Delta C.$$

Учитывая, что площадь треугольника $\frac{1}{2} f(C_1)\Delta C = \Delta p$, где Δp – вероятность нахождения характеристики качества воды в интервале ΔC ,

получим простую связь: $r_2 = r_1 - \frac{2}{3} \Delta p$, полезную для риск-ориентированного контроля качества воды.

Пример 2. Пусть для нормального закона распределения¹ допуски выбраны следующим образом: $C_1 = m + 1.645\sigma$, $C_2 = m + 2.327\sigma$, где σ – среднеквадратическое отклонение, а коэффициенты 1.645 и 2.327 – квантили стандартного нормального распределения U_p при $p=0.95$ и 0.99 . Вычислить предельное допустимое значение риска r_2 , при котором вода еще может использоваться как хозяйственный ресурс с учетом функции полезности.

Решение. При заданных допусках значения риска следующие $r_1 = 0.05$, $r_2 = 0.01$ (без учета функции полезности). С учетом функции полезности последняя величина равна $r_2 = 0.05 - \frac{2}{3}(0.99 - 0.95) = 0.024$. Как видно, искомая величина занимает промежуточное положение между вышеуказанными значениями 0.05 и 0.01.

Пример 3. Пусть оценка показателей качества воды по содержанию фтора следующая: средняя концентрация $\bar{C} = 0,8$ мг/дм³, среднеквадратическое отклонение $S = 0,4$ мг/дм³. Вычислить потерю качества, если разовое измеренное значение концентрации оказалось $C_i = 1.6$ мг/дм³. Принять, что вода характеризуется тремя классами качества: при содержании фтора $C < 1$ мг/дм³ она относится к первому классу, при $1 \leq C \leq 1.6$ мг/дм³ – ко второму, при $C > 1.6$ мг/дм³ – к третьему. Также принять $r_1 = 0.05$, $r_2 = 0.01$ как наиболее широко встречающиеся требования к величине рисков.

Решение. Без учета значений рисков имеем $C_i = 1$ мг/дм³, $C_2 = 1.6$ мг/дм³. Этим значениям соответствуют вероятности, определяе-

мые из функции стандартного нормального распределения $\Phi(\frac{1 - 0.8}{0.4}) = \Phi(0.5)$, $\Phi^{-1}(0.5) = 0.69$,

$$r_1 = 1 - 0.69 = 0.31; \Phi(\frac{1.6 - 0.8}{0.4}) = \Phi(2), \Phi^{-1}(2) = 0.977,$$

$r_2 = 1 - 0.977 = 0.023$, где Φ^{-1} – обратная функция стандартного нормального распределения [7].

Как видно, при данном законе распределения вероятностей контролируемого показателя заданные требования к величине рисков не выполняются. Для обеспечения этих требований необходимо либо уменьшить вариацию концентрации, что практически невозможно, либо расширить допуски, характеризующие класс воды: $C_1 = 0.8 + 1.645 \cdot 0.4 = 1.46$ мг/дм³, $C_2 = 0.8 + 2.324 \cdot 0.4 \approx 1.73$ мг/дм³.

С учетом функции полезности допуски на воду 1-го класса сохраняются ($C_1 = 1.46$ мг/дм³), а на воду 2-го класса принимаются с новым значением

$$r_2 = 0.05 - \frac{2}{3}(0.99 - 0.95) = 0.024, \text{ что составит}$$

$C_2 = 0.8 + 1.978 \cdot 0.4 \approx 1,6$ мг/дм³ (здесь 1.978 – это квантиль U_p при $p = 1 - 0.024 = 0.976$) вместо 1.73 мг/дм³.

Таким образом, измеренное значение 1.6 мг/дм³ находится на границе 2-го и 3-го классов качества воды.

Пример 4. При исследовании содержания фтора в примере 3 используется аттестованная методика измерений с нормой погрешности 40 % в диапазоне рассматриваемых концентраций [4, 5]. Оценить потерю качества воды с учетом этой погрешности.

1-й вариант решения. С учетом погрешности измерений могут быть приняты следующие значения предельных концентраций: $C_1 = 1.41 = 1.4$ мг/дм³; $C_2 = 1.4 \cdot 1.6 = 2.24$ мг/дм³. Проводя расчеты, аналогичные выполненным ранее, получим $\Phi(\frac{1.4 - 0.8}{0.4}) = \Phi(1.5)$, $\Phi^{-1}(1.5) = 0.933$,

$$r_1 = 1 - 0.933 = 0.067 > 0.05; \Phi(\frac{2.24 - 0.8}{0.4}) = \Phi(3.6),$$

$\Phi^{-1}(3.6) = 0.9998$, $r_2 = 1 - 0.9998 = 0.0002 < 0.01$. При этом измеренное значение $C_i = 1.6$ мг/дм³ попадает во 2-й класс качества воды, притом близко к грани-

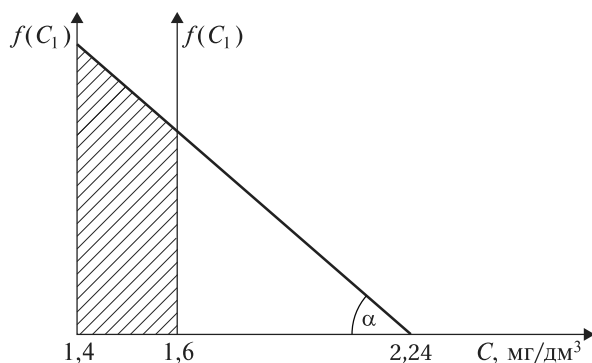


Рис. 6. Иллюстрация к примеру определения величины риска при промежуточных значениях концентрации C_i
Fig. 6. Illustration for the example of determining the amount of risk in the intermediate values of the concentration C_i

1 Наличие большого количества влияющих на контролируемый показатель факторов позволяет принять нормальный закон распределения в соответствии с центральной предельной теоремой.

це с 1-м классом. Определим соответствующий этому риск. Для подобных треугольников, представленных на рис. 6, имеем: $\frac{f(C_1)}{2.24 - 1.4} = \frac{f(C_i)}{2.24 - 1.6} = tg\alpha$,

откуда $f(C_i) = \frac{f(C_1) \cdot 0.64}{0.004}$. Учитывая выражения

для площадей рассматриваемых треугольников, получим: $\Delta p_1 = \frac{1}{2} f(C_1) \Delta C_1 = 0.9998 - 0.933 = 0,0668$,

где $\Delta C_1 = 0,84$; $\Delta p_2 = \frac{1}{2} f(C_i) \Delta C_2$

$$= \frac{1}{2} f(C_i) \frac{0.64}{0.84} \cdot 0.64 = \Delta p_1 \frac{0.64^2}{0.84^2} = 0.0387, \text{ т.к.}$$

$f(C_i) = \frac{2\Delta p_1}{\Delta C_1}$. Поэтому значение заштрихованной площади $\Delta = 0.0668 - 0.0387 = 0.028$. Следовательно, риск, соответствующий измеренному значению $C_i = 1.6 \text{ мг/дм}^3$ с учетом погрешности составляет

$$r_1 - \frac{2}{3} \Delta = 0.067 - 0.019 = 0.048 < 0.05.$$

2 вариант решения. Учет погрешности измерений в рассматриваемом примере 4 неоправданно расширяет допуск на 2-й класс качества воды. Более строгий учет этой характеристики измерений требует ее перевода в эквивалентное значение среднеквадратического отклонения. Напомним, что без учета погрешности $C_1 = 1 \text{ мг/дм}^3$. С учетом случайной погрешности 40 % потребуем при $p = 0.95$ выполнения условия $1.4 \cdot 1 = 1.645\sigma_0$. Тогда $\sigma_0 = 0.243$, $\sigma_0^2 = 0.059$ и, следовательно, суммарная дисперсия $\sigma_\Sigma^2 = 0.4^2 + 0.243^2 = 0.219$, т.е. $\sigma_\Sigma = 0.468$.

С учетом этого, а также принятых значений $r_1 = 0.05$, $r_1 = 0.01$, получим допустимые значения концентрации загрязняющего вещества в воде 1-го класса

качества $C_1 = 0.8 + 1.645 \cdot 0.468 = 1.57 \text{ мг/дм}^3$, в воде 2-го класса – $C_2 = 0.8 + 2.327 \cdot 0.468 = 1.9 \text{ мг/дм}^3$.

Как видно, при таком подходе допуски на 1 класс расширяются, а на второй сужаются по сравнению с вариантом учета погрешности в примере 4. При этом результат $C_i = 1.6 \text{ мг/дм}^3$ практически оказывается на границе 1-го и 2-го классов качества воды. Для удобства восприятия последующих выводов результаты расчетов примеров 3-5 сведены в табл. 2, 3.

Заключение

1. Предложен вариант математического аппарата спектрального анализа рядов измерений, основанный на использовании нескольких выборок имеющихся результатов, выполненных с различной периодичностью, и позволяющий существенно сократить и упростить расчеты по определению приемлемой частоты измерений. Проведено выявление единичных аномальных данных измерений при предварительном анализе данных перед проведением спектрального анализа. Представленная методика спектрального анализа, апробированная на реальном статистическом материале, может быть применена для обоснованного выбора периодичности измерений при допусковом контроле с целью наблюдения с достаточной надежностью изменений показателей качества вод, как достаточно опасных, так и менее существенных.

2. Разработан метод классификации качества воды на основе требований к приемлемому риску при принятии решений о соответствии/несоответствии контролируемых показателей нормативу ПДК. Особенностью метода является учет сохранения функции полезности при превышении ПДК вследствие возможных погрешностей измерений. Задание границ классов качества воды без учета

Таблица 2

Результаты расчета значений приемлемого риска r_1 , предельно допустимого риска r_2 и границы допуска – допустимого интервала для концентрации фтора в воде с учетом и без учета функции полезности и погрешности измерений

Класс качества воды	Границы класса, мг/дм ³	Риски		Граница допуска без учета погрешности измерений		Граница допуска с учетом погрешности	
		превышения допусков при одноступенчатом контроле	условно регламентированные	с учетом функции полезности	При регламентированных рисках	1-й вариант решения примера 4	2-й вариант решения примера 4
1	1	$r_1 = 0.31$	$r_1 = 0.05$	1.46	1.46	1.4	1.57
2	1.6	$r_2 = 0.023$	$r_2 = 0.01$	1.6	1.73	2.24	1.9

Таблица 3

Оценка класса качества воды при измеренном значении концентрации фтора в ней 1.6 мг/дм^3

Класс качества воды	С учетом функции полезности без учета погрешности измерений	С учетом функции полезности и погрешности измерений	
		1-й вариант решения примера 4	2-й вариант решения примера 4
1	-	-	Между 1-м и 2-м классами
2	Между 2-м и 3-м классами	Вода 2-го класса качества	-

рисков их превышения приводит к большой доле воды, признаваемой не соответствующей установленным требованиям. Введение требований к величине приемлемого и предельно допустимого рисков при большой вариабельности контролируемых показателей может привести к необходимости расширения границ классов качества. Учет функции полезности при отклонениях измеренной концентрации от граничных значений позволяет несколько сузить границы 2-го класса качества воды. Введение суммарной дисперсии, учитывающей как вариабельность состава воды, так и погрешность измерений также приводит к необходимости пересмотра границ классов качества.

ЛИТЕРАТУРА

1. Walker D. Accuracy and precision in sampling water // ISO Focus. 2006. № 6. С. 21-24.
2. Плаксин С.М., Бакаев В.В., Зуев А.Г. Контрольно-надзорная деятельность в Российской Федерации. М.: Макс-пресс, 2014. 120 с.
3. Копнова Е.Д., Розенталь О.М. Анализ эффективности инвестиций в восстановление водных ресурсов промышленного региона // Водные ресурсы. 2010. Т. 37, № 5. С. 633-638.
4. Розенталь О.М., Авербух А.И. Введение в квалиметрию воды // Водные ресурсы. 2013. Т. 40, № 4. С. 418-432.
5. ГОСТ 27384-2002. Вода. Нормы погрешности измерений показателей состава и свойств. М., 2011. 19 с.
6. Басараб М. А., Зелкин Е. Г., Кравченко В. Ф. Цифровая обработка сигналов на основе теоремы Уиттекера-Котельникова-Шеннона. М.: Радиотехника, 2004. 72 с.
7. Большев Л.Н., Смирнов Н.В. Таблицы математической статистики. М.: Наука, 1983. 416 с.
8. Никаноров А. М. Научные основы мониторинга качества вод. СПб.: Гидрометеоиздат, 2005. 576 с.

9. Роль неопределенности измерений при оценке соответствия: ред. В.А. Слаев, А.Г. Чуновкина. СПб.: «Профессионал», 2014. 106 с.

REFERENCES

1. Walker D. Accuracy and precision in sampling water. ISO Focus, 2006, no. 6, pp. 21-24.
2. Plaksin S.M., Bakaev V.V., Zuev A.G. *Kontrol'no-nadzornaia deiatel'nost' v Rossiiskoi Federatsii* [Control and supervisory activities in the Russian Federation]. M.: Maks-press, 2014. 120 p. (in Russian).
3. Kopnova E.D., Rozental O.M. *Analiz effektivnosti investitsii v vosstanovlenie vodnykh resursov promyshlennogo regiona* [Analysis of the effectiveness of investment in the restoration of water resources, the industrial region]. *Water resources*, 2010, vol. 37, no. 5. pp. 633-638.
4. Rozental O.M., Averbuh A.I. *Vvedenie v kvalimetrii vody* [Introduction of water quality]. *Water resources*, 2013, vol. 40, no. 4, pp. 418-432.
5. *GOST 27384-2002. Voda. Normy pogreshnosti izmerenii pokazatelei sostava i svoistv.* [GOST 27384-2002. Water. Rates of measurement error of composition and properties.] M.: Moscow, Standartinform Publ., 2011. 19 p. (in Russian).
6. Basarab M. A., Zelkin E. G., Kravchenko V. F. *Tsifrovaia obrabotka signalov na osnove teoremy Uittekera-Kotelnikova-Shennona.* [Digital signal processing on the basis of the theorem Whittaker-Nyquist-Shannon]. M.: Radiotekhnika. 2004. 72 p.
7. Bolshev L.N., Smirnov N.V. *Tablitsy matematicheskoi statistiki* [Tables of Mathematical Statistics]. M.: Nauka, 1983. 416 p.
8. Nikanorov A. M. *Nauchnye osnovy monitoringa kachestva vod* [Scientific basis for water quality monitoring]. SPb.: Gidrometeoizdat, 2005. 576 p.
9. *Rol' neopredelennosti izmerenii pri otsenke sootvetstviia* [The role of measurement uncertainty in conformity assessment]: Red. V.A. Slaev, A.G. Chunovkina. SPb.: «Professional», 2014. 106 p.