

Оригинальная статья / Original Paper

DOI 10.15826/urej.2019.3.1.005

УДК 681.2.088, 006.91

## Новый подход к динамическим погрешностям измерений

Э. Г. Миронов<sup>1</sup>✉, Г. Ж. Ордуянц<sup>2</sup><sup>1</sup> независимый ученый, Екатеринбург, Россия<sup>2</sup> Уральский государственный лесотехнический университет,  
Екатеринбург, Россия

✉ egm.dom@mail.ru

### Аннотация

В статье рассмотрены существующие методы оценки динамических погрешностей измерений по Государственным стандартам ГОСТ 8.009-84, ГОСТ 8.508-84 и по Руководящему документу РД-50-453-84. Показано, что кроме оценки динамической погрешности измерений, указанные нормативные документы допускают характеризовать динамическую погрешность косвенно путем рассмотрения инерционных параметров используемых средств измерений. К таким параметрам относятся: постоянная времени, передаточная функция, амплитудно-частотная характеристика, фазово-частотная характеристика и т.д. Предложено оценивать измеряемую величину (входной сигнал) по известному значению выходного сигнала (результату измерения) и по известной передаточной функции использованного средства измерения. Дан численный пример такой оценки. Показано, что, зная результат измерения и передаточную функцию используемого средства измерения, можно найти фактическое значение измеряемой величины без динамических погрешностей.

### Ключевые слова

динамическая погрешность; изменяющиеся величины; передаточные функции; постоянные времени; преобразования Лапласа; оригиналы и изображения; измеряемые величины; исключение динамических погрешностей; фактическое значение результата измерения

### Для цитирования

Миронов Э. Г., Ордуянц Г. Ж. Новый подход к динамическим погрешностям измерений. *Уральский радиотехнический журнал*. 2019;3(1):72–82. DOI 10.15826/urej.2019.3.1.005

## New approach to dynamic measurement errors

E. G. Mironov<sup>1</sup>✉, G. Zh. Ordyuants<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Free scientist, Ekaterinburg, Russia

<sup>2</sup> Ural State Forest Engineering University, Ekaterinburg, Russia

✉ egm.dom@mail.ru

### Abstract

The existing methods of dynamic measurement errors estimation in accordance to the state standards GOST 8.009-84, GOST 8.508-84 and regulatory guideline RD-50-453-84 are considered in the paper. It is demonstrated that apart from the dynamic measurement errors estimation, the mentioned documents allow to characterize the dynamic error implicitly via the consideration of the inertial parameters of the used means of measurement. These parameters include: time constant  $T$ , transfer function  $W(p)$ , amplitude-frequency characteristic  $A(\omega)$ , phase-frequency characteristic  $\varphi(\omega)$ , etc. The comprehensive list of the means of measurement of the dynamic characteristics is contained in the regulatory documents GOST 8.009-84, GOST 8.508-84 and RD-50-453-84. The examples of dynamic errors determination for different signal input when the used means of measurement are characterized by the transfer function  $W(p) = K/(Tp + 1)$  are given. The measured value (signal input) is suggested to be estimated by the use of the known value of the signal output (measurement result) and the known transfer function of the used means of measurement. Numerical example of such estimation is given. It is demonstrated that the determination of the true value of the measurement is possible if the measurement result and the transfer function of the used means of measurement are known, which is of exceptional importance in a variety of cases. The suggested method of the determination of the true value of measurement allows avoiding the dynamic errors when the time-varying values are measured.

### Keywords

dynamic error; varying values; transfer functions; time constants; Laplace transform; original function and image; measurement result; measured value; dynamic error exclusion; true value of measurement

### For citation

Mironov E. G., Ordyuants G. Zh. New approach to dynamic measurement errors. *Ural Radio Engineering Journal*. 2019;3(1):72–82. DOI 10.15826/urej.2019.3.1.005

В предыдущих работах авторов [1; 2] рассматривались статические погрешности измерений. При работе в динамическом режиме возникают дополнительные погрешности, которые суммируются с погрешностями в статическом режиме. Чаще все-

го причиной динамических погрешностей является инерционность используемых средств измерений.

Нормативные документы [3; 4] определяют динамическую погрешность как погрешность, возникающую при измерении переменных во времени величин или неустановившихся периодических процессов.

Динамическая погрешность определяется как разность между результатом измерения и истинным значением измеряемой величины. За истинное значение измеряемой величины обычно принимают значение измеряемой величины приведенную к выходу используемого средства измерения.

$$d(t) = y(t) - Kx(t), \quad (1)$$

где  $d(t)$  – динамическая погрешность;  $y(t)$  – результат измерения (выходной сигнал);  $x(t)$  – измеряемая величина (входной сигнал);  $K$  – статический передаточный коэффициент.

Статический передаточный коэффициент  $K$  определяется как

$$K = \frac{\Delta y}{\Delta x}, \quad (2)$$

где  $\Delta y$  и  $\Delta x$  – приращения выходной и входной величин соответственно. Выражение (1) свидетельствует, что динамическая погрешность зависит от параметров используемого средства измерения и вида входного сигнала.

Продемонстрируем последнее утверждение на примерах.

*Пример 1.* Пусть входная величина изменяется скачком:

$$x(t) = a \cdot 1(t).$$

Передаточная функция используемого средства измерения имеет вид

$$W(p) = \frac{1}{Tp + 1},$$

где  $T$  – постоянная времени;  $p$  – комплексная величина.

Найти динамическую погрешность  $d(t)$ , если статический передаточный коэффициент  $K = 1$ . Изображение выходного сигнала

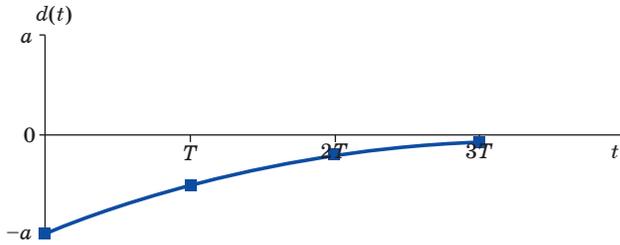
$$Y(p) = W(p)X(p) = \frac{1}{Tp + 1} \cdot \frac{a}{p} = \frac{a}{p(Tp + 1)} = a \frac{\frac{1}{T}}{p \left( p + \frac{1}{T} \right)}.$$

В соответствии с табличными операторами ([5]) оригинал  $y(t)$ , соответствующий полученному изображению  $Y(p)$ , равен

$$y(t) = a \left( 1 - e^{-\frac{t}{T}} \right).$$

Тогда динамическая погрешность для любого  $t \geq 0$  получится равной

$$d(t) = y(t) - Kx(t) = a \left( 1 - e^{-\frac{t}{T}} \right) - a = -ae^{-\frac{t}{T}} \quad (\text{рис. 1}).$$



**Рис. 1.** График динамической погрешности при скачке измеряемой величины

**Fig. 1.** Graph of the dynamic error under measured value jump

При  $t \rightarrow \infty$  динамическая погрешность  $d(t) \rightarrow 0$ . На практике для оценки величины  $d(t)$  ограничиваются отрезком времени  $t \cong 3T$ , по истечению которого погрешность затухает с точностью до 5 % от ее значения при  $t = 0$ .

*Пример 2.* Входная (измеряемая) величина изменяется по линейному закону:  $x(t) = bt$ .

Найти динамическую погрешность при прежнем значении

$$W(p) = \frac{1}{Tp+1}, \quad K=1.$$

Изображение выходного сигнала в этом случае:

$$Y(p) = W(p)X(p) = \frac{1}{Tp+1} \cdot \frac{b}{p^2} = b \frac{\frac{1}{T}}{p^2 \left( p + \frac{1}{T} \right)}.$$

Этому изображению соответствует оригинал

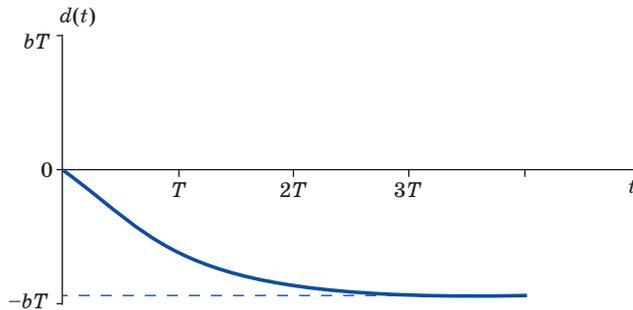
$$y(t) = bt - bT \left( 1 - e^{-\frac{t}{T}} \right).$$

Динамическая погрешность для любого  $t \geq 0$  будет такова:

$$d(t) = y(t) - Kx(t) = bt - bT \left( 1 - e^{-\frac{t}{T}} \right) - bt = -bT \left( 1 - e^{-\frac{t}{T}} \right) \quad (\text{рис. 2}).$$

Динамическая погрешность при  $t \rightarrow \infty$  стремится к величине  $(-bT)$ , достигая этого значения с точностью 5% за  $t = 3T$ , где параметр  $b$  определяет скорость нарастания измеряемой величины.

Итак, динамическая погрешность зависит от параметров средств измерения и от закона изменения измеряемой величины.



**Рис. 2.** График динамической погрешности при линейно нарастающей измеряемой величине

**Fig. 2.** Graph of the dynamic error under the linearly increasing measured value

Динамическая погрешность по формуле (1) может быть использована как точностная характеристика результатов измерений, но редко используется как таковая применительно к средствам измерений. В соответствии с Государственными стандартами ГОСТ 8.009-84 [6], ГОСТ 8.508-84 [7] и Руководящим документом РД 50-453-84 [8] в качестве динамических характеристик средств измерений следует использовать не только передаточную функцию  $W(p)$  и постоянную времени  $T$ , но и амплитудно-частотную характеристику  $A(\omega)$ , фазо-частотную характеристику  $\varphi(\omega)$  и т.п. Аналогичный вывод делают авторы книги-справочника по метрологии и измерительной технике [9]. Надо отметить, что перечисленные величины не являются динамическими погрешностями, а лишь характеризуют их возможные значения. Например, при малых постоянных времени  $T$  инерционность средств измерений мала и, соответственно, малы динамические погрешности при их использовании. И наоборот, при больших  $T$  инерционность средств измерений велика и, соответственно, велики динамические погрешности.

Приведенные выше примеры носят отчасти идеализированный характер. В этих примерах предполагались известными характер и значение измеряемой (входной) величины, и по ним определялись характер и значение результата измерения (выходной величины). На практике же все бывает наоборот. Известен результат измерения по показаниям приборов, и не известна, строго говоря, измеряемая величина. Точнее, измеряемая величина приравнивается к результату измерения, если не учитывается динамическая погрешность. Статические же погрешности малы и ими можно пренебречь.

Покажем на примерах, как по виду и значению результата измерения можно определить вид и значение измеряемой вели-

чины, если известны динамические характеристики используемого средства измерения.

*Пример 3.* Для измерения напряжения на конденсаторе собрана схема (см. рис. 3).

Известны характер и значение результата измерения и передаточная функция используемого вольтметра

$$W(p) = \frac{K}{Tp+1},$$

где  $T$  – постоянная времени вольтметра;  $K$  – статический передаточный коэффициент (рассматривается случай, когда  $K = 1$ ).

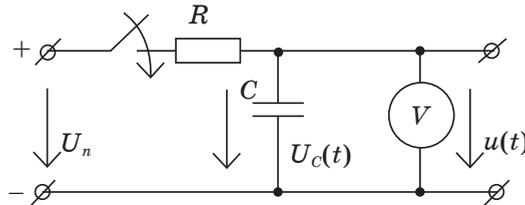
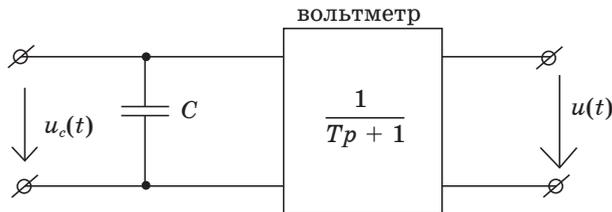


Рис. 3. Схема эксперимента  
Fig. 3. Scheme of the experiment

В этой схеме  $U_n$  – напряжение питания,  $V$  – вольтметр,  $U_c(t)$  – напряжение на конденсаторе (входной сигнал),  $u(t)$  – результат измерения (выходной сигнал),  $R$  и  $C$  – параметры цепи. Рассмотрим часть схемы.



Пусть показания вольтметра  $u(t) = at$  (снято экспериментально). Найти  $u_c(t)$  (измеряемая величина).

В изображении выходной сигнал  $u(t)$  определится так:

$$U(p) = W(p) \cdot U_c(p).$$

Отсюда следует:

$$U_c(p) = \frac{U(p)}{W(p)} = \frac{a(Tp+1)}{p^2} = \frac{aTp}{p^2} + \frac{a}{p^2}.$$

Этому соответствует оригинал  $u_c(t) = aT + at$ .

Кривые  $u(t)$  и  $u_c(t)$  изображены на рис. 4.

Анализ кривых (рис. 4) свидетельствует, что показания вольтметра  $u(t)$  и измеряемая величина  $u_c(t)$  идентичны по характеру, но для любого момента времени показания вольтметра

меньше измеряемой величины на  $aT$ , где  $a$  – коэффициент, определяющий скорость изменения рассматриваемых сигналов. Постоянная времени  $T$  определяет инерционность измерительного прибора. Очевидно, что при больших  $a$  и  $T$  возникает большая разность между значениями  $u(t)$  и  $u_c(t)$ , и наоборот, при малом коэффициенте  $a$  и малой инерционности вольтметра разность между значениями  $u(t)$  и  $u_c(t)$  мала.

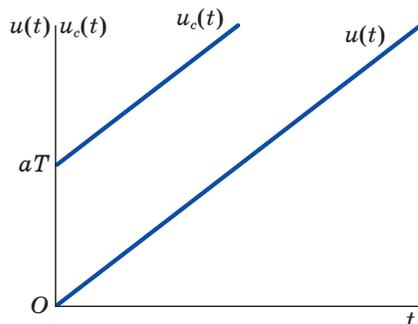


Рис. 4. Графики изменения напряжений  $u(t)$  и  $u_c(t)$

Fig. 4. Graph of the voltage changing  $u(t)$  and  $u_c(t)$

Проведенные исследования показывают, что предлагаемое определение измеряемой величины в динамическом режиме по известному результату измерения и известной постоянной времени  $T$  используемого средства измерения дает хороший результат, позволяя получить значение измеряемой величины без динамической погрешности, возникающей за счет инерционности средства измерения.

Рассмотрим численный пример по оценке измеряемой величины по результату измерения и передаточной функции используемого средства измерения. Для примера воспользуемся результатами измерения температуры внутри электрической печи при ее включении (табл. 1).

Таблица 1. Экспериментальные и расчетные результаты измерения температуры

Table 1. Experimental and calculated results of the temperature measurement

$t$ , мин	0,0	0,5	1,0	1,5	2,0	2,5	3,0
$\theta_c$ , °C	20,0	45,5	65,5	84,5	98,0	108,0	116,0
$\theta$ , °C	20,0	44,7	66,0	83,5	98,0	108,8	116,0
$\theta_0$ , °C	–	55,3	76,6	94,1	108,6	119,4	126,6

Здесь  $t$  – время нагрева электропечи;  $\theta_c$  – экспериментальная температура в печи;  $\theta$  – расчетная температура в печи;  $\theta_0$  – измеряемая температура. Печь включена в момент времени  $t = 0$ .

Измеряется температура термометром, имеющем передаточную функцию

$$W(p) = \frac{1}{0,2p+1}.$$

Требуется найти измеряемую температуру  $\theta_0(t)$  без динамической погрешности.

На рис. 5 представлена экспериментальная зависимость  $\theta_c = f(t)$  (нижняя кривая). Она может быть аппроксимирована полиномом второго порядка вида  $\theta = \theta_n + at + bt^2$  [10], где  $\theta_n$  – начальная температура, соответствующая времени  $t = 0$ .

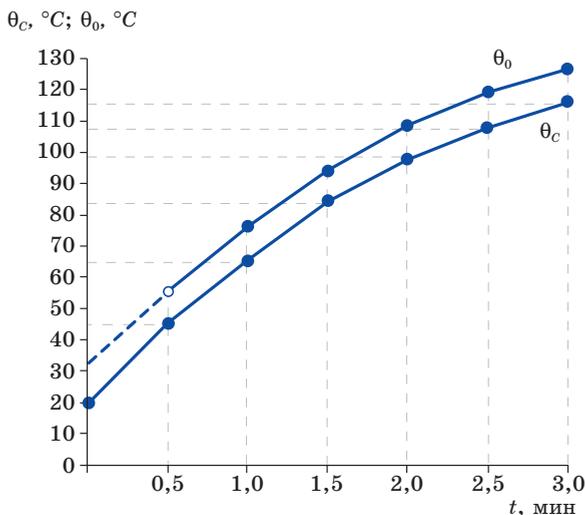


Рис. 5. Зависимости температур  $\theta_c$  и  $\theta_0$  в электропечи от времени ее нагрева

Fig. 5. Dependence of the temperature  $\theta_c$  and  $\theta_0$  in the electric furnace on the heating time

Подставляя в предлагаемую формулу значения  $\theta_c$  из табл. 1 для интервала времени от 0 до 3 минут, получим следующие результаты:

$t = 0$ мин	$\theta_n = 20$ °C,
$t = 0,5$ мин	$\theta_{0,5} = 45,5$ °C = $20 + at + bt^2$ ,
$t = 1,0$ мин	$\theta_{1,0} = 65,5$ °C = $20 + at + bt^2$ ,
$t = 1,5$ мин	$\theta_{1,5} = 84,5$ °C = $20 + at + bt^2$ ,
$t = 2,0$ мин	$\theta_{2,0} = 98,0$ °C = $20 + at + bt^2$ ,
$t = 2,5$ мин	$\theta_{2,5} = 108,0$ °C = $20 + at + bt^2$ ,
$t = 3,0$ мин	$\theta_{3,0} = 116,0$ °C = $20 + at + bt^2$ .

Совместное решение приведенных выше уравнений позволяет вычислить значения коэффициентов  $a$  и  $b$ , средние значения которых оказываются равными  $a = 53$ ,  $b = -7$  и предлагаемая в дальнейшем аппроксимация  $\theta = f(t)$  принимает вид:

$$\theta(t) = 20 + 53t - 7t^2. \quad (3)$$

Расчетные значения температуры  $\theta(t)$ , полученные по приведенной формуле, представлены в табл. 1. Сравнение расчетных  $\theta(t)$  и экспериментальных  $\theta_c(t)$  значений температуры в электропечи свидетельствует об их близости (погрешность аппроксимации не более 1,7%), что позволяет погрешностью аппроксимации пренебречь и в дальнейшем ее не учитывать. То есть аппроксимация экспериментальных данных полиномом второго порядка правомерна и выведенное соотношение  $\theta(t)$  вполне может быть использовано для дальнейших расчетов.

Структурная схема эксперимента изображена на рис. 6, на нем  $\theta_0(t)$  – измеряемая температура(входной сигнал);  $\theta(t)$  – результат измерения(выходной сигнал);  $W(p)$  – передаточная функция используемого термометра.

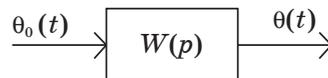


Рис. 6. Структурная схема эксперимента  
Fig. 6. Structural scheme of the experiment

Нетрудно видеть, что

$$\theta(p) = W(p)\theta_0(p), \quad (4)$$

где  $\theta(p)$  и  $\theta_0(p)$  – изображения по Лапласу выходного и входного сигналов соответственно.

Тогда предлагаемое выражение (3) в изображениях будет иметь вид:

$$\theta(p) = \frac{20}{p} + \frac{53}{p^2} - \frac{2 \cdot 7}{p^3}.$$

С учетом соотношения (4) получим

$$\theta_0(p) = \left( \frac{20}{p} + \frac{53}{p^2} - \frac{14}{p^3} \right) (0,2p + 1) = 4 + \frac{30,6}{p} + \frac{50,2}{p^2} - \frac{14}{p^3}.$$

Переходя к функции реального времени  $t$ , измеряемая температура может быть записана как:  $\theta_0(t) = 4\delta(t) + 30,6 + 50,2t - 7t^2$ .

Здесь  $\delta(t)$  – функция Дирака ( $\delta$ -функция). Для  $t > 0$  измеряемая температура  $\theta_0(t) = 30,6 + 50,2t - 7t^2$ , так как  $\delta(t)$  при  $t > 0$  равна нулю. На рис. 5 приведена зависимость  $\theta_0 = f(t)$  (верхняя кривая).

Сравнение зависимостей  $\theta_c(t)$  и  $\theta_0(t)$  показывает, что результат измерения  $\theta_c(t)$  значительно отстает от фактической температуры  $\theta_0(t)$  в электропечи для одного и того же значения времени  $t$ . В рассматриваемом примере это отставание составило (в зависимости от температуры) от 9,6 до 11,4 °С.

Итак, зная результат измерения и передаточную функцию используемого средства измерения, можно найти фактическое значение измеряемой величины. В ряде случаев это может иметь принципиальное значение. Например, при закалке металлических изделий температура нагрева изделия имеет решающее значение. Недогрев или перегрев изделия приводит к браку, и изделие становится непригодным для его применения. Использование предложенного метода определения фактического значения искомой величины позволяет избежать динамических погрешностей при измерении величин, изменяющихся во времени.

## Литература

1. Миронов Э. Г., Ордуянц Г. Ж. Новый метод оценки погрешностей средств измерений. *Уральский радиотехнический журнал*. 2017;1(1):120–126. DOI: 10.15826/urej.2017.1.1.006
2. Миронов Э. Г., Ордуянц Г. Ж. Парадоксы при оценке погрешностей результатов измерений по действующим нормативным документам. *Уральский радиотехнический журнал*. 2018;2(2):57–66. DOI: 10.15826/urej.2018.2.2.004
3. РМГ 29-2013. ГСОЕИ. *Метрология. Основные термины и определения*. Введены 01.01.2015 взамен РМГ 29-99.
4. Тарбеев Ю. В. (ред.) *Основные термины в области метрологии: словарь-справочник*. М.: Изд-во стандартов; 1989. 113 с.
5. Диткин В. А., Прудников А. П. *Справочник по операционному исчислению*. М.: Высшая школа; 1995. 260 с.
6. ГОСТ 8.009-84. ГСИ. *Нормирование и использование метрологических характеристик средств измерений*. Общие требования. М.: Изд-во стандартов; 1985. 34 с.
7. ГОСТ 8.508-84. ГСИ. *Метрологические характеристики средств измерений и точностные характеристики средств автоматизации ГСП. Общие методы оценки и контроля*. М.: Изд-во стандартов; 1986. 52 с.
8. РД 50-453-84. *Методические указания. Характеристика погрешности средств измерений в реальных условиях эксплуатации. Методы расчета*. М.: Изд-во стандартов; 1985. 17 с.
9. Радев Х. *Метрология и измерительная техника: книга-справочник*. Челябинск: Изд. центр ЮУрГУ; 2015. Т. 2. 1098 с.
10. Корн Г., Корн Т. *Справочник по математике для научных работников и инженеров*. М.: Наука; 1970. 720 с.

## References

1. Mironov E. G., Orduyants G. Zh. A new method for estimating errors of measurement tools. *Ural Radio Engineering Journal*. 2017;1(1):120–126. (In Russ.) DOI: 10.15826/urej.2017.1.1.006
2. Mironov E. G., Orduyants G. Zh. Paradoxes in assessing the error of measurement results according to the current regulatory documents. *Ural*

*Radio Engineering Journal*. 2018;2(2):57–66. (In Russ.) DOI: 10.15826/urej.2018.2.2.004

3. RMG 29-2013. GSOEI. *Metrology. The main terms and definitions* were introduced on 01.01.2015 instead of RMG 29–99. (In Russ.)

4. Tarbeev Yu. V. (ed.) *Basic terms in the field of metrology: a reference dictionary*. Moscow: Izdatelstvo standartov; 1989. (In Russ.)

5. Ditkin V. A., Prudnikov A. P. *Reference book on operational calculus*. Moscow: Vysshaya shkola; 1995. (In Russ.)

6. GOST 8.009-84. GSE. *Rationing and use of metrological characteristics of measuring instruments. General requirements*. Moscow: Izdatelstvo standartov; 1985. (In Russ.)

7. GOST 8.508-84. GSE. *Metrological characteristics of measuring instruments and accuracy characteristics of GSP automation equipment. General methods of evaluation and control*. Moscow: Izdatelstvo standartov; 1986. (In Russ.)

8. RD 50-453-84. *Methodical instructions. The characteristic error of the measuring instruments in real conditions of operation. Calculation methods*. Moscow: Izdatelstvo standartov; 1985. (In Russ.)

9. Radev H. *Metrology and measuring equipment: a reference book*. Chelyabinsk: South Ural State University; 2015. Vol. 2. (In Russ.)

10. Korn G., Korn T. *Sprovnik in and mathematics for scientists engineers*. Moscow: Nauka; 1970. (In Russ.)

## Информация об авторах

**Миронов Эдуард Георгиевич** – кандидат технических наук, доцент, свободный ученый (Екатеринбург, Россия); e-mail: egm.dom@mail.ru

**Ордуянц Галина Жирайровна** – кандидат технических наук, доцент Уральского государственного лесотехнического университета (620100, Россия, г. Екатеринбург, ул. Сибирский тракт, 37), e-mail: galiord@rambler.ru

## Information about the authors

**Ehduard G. Mironov** – Candidate of Engineering Sciences, Associate Professor, freelancer scientist (Ekaterinburg, Russian Federation); e-mail: egm.dom@mail.ru

**Galina Zh. Orduyants** – Candidate of Engineering Sciences, Associate Professor, Ural State Forest Engineering University (37, Sibirsky trakt St., 620100, Ekaterinburg, Russia); e-mail: galiord@rambler.ru

Поступила / Received: 10.03.2019

Принята в печать / Accepted: 30.03.2019