

Оригинальная статья / Original Paper

DOI 10.15826/urej.2019.3.3.001

УДК 621.396.969.34

Поверхностные электромагнитные волны на плоском проводящем экране с диэлектрическим покрытием, обладающим омическими потерями

А. М. Мусин✉, С. Н. Шабунин, С. Т. Князев

Уральский федеральный университет имени первого Президента России Б. Н. Ельцина, Россия, 620002, г. Екатеринбург, ул. Мира, 32

✉ andrmm@uralweb.ru

Аннотация

При падении электромагнитных волн на плоский экран с диэлектрическим покрытием возбуждаются и распространяются поверхностные электромагнитные волны. В настоящей работе изложены определения моментов появления поверхностных волн с учетом потерь в материале покрытия приближенным и строгим методами. Численные результаты сравнены.

Ключевые слова

поверхностные волны, трансцендентные уравнения, комплексные корни, метод вариации фазы

Для цитирования

Мусин А. М., Шабунин С. Н., Князев С. Т. Поверхностные электромагнитные волны на плоском проводящем экране с диэлектрическим покрытием, обладающим омическими потерями. *Ural Radio Engineering Journal*. 2019;3(3):229–242. DOI: 10.15826/urej.2019.3.3.001

Surface electromagnetic waves on a conductive screen with a dielectric coating having ohmic losses

А. М. Musin✉, S. N. Shabunin, S. T. Knyazev

Ural Federal University named after first President of Russia B. N. Yeltsin, 32 Mira Str., Ekaterinburg, 620002, Russia

✉ andrmm@uralweb.ru

Abstract

This paper focuses on solving transcendental equations to determine the parameters of surface electromagnetic waves on a planar conductive screen with a dielectric coating with ohmic losses. Since the coating has ohmic losses, the transcendental equations have complex roots. Previously, we solved the equations by numerical selection of roots, which gave approximate results. In this paper we propose the solution of transcendental

equations by the phase variation method, which gives accurate results. Both methods are described in detail for the use in computer calculations. In conclusion we demonstrate the distinctive features of the methods of solving transcendental equations in comparison with each other and the known method of solving without taking into account ohmic losses, when the roots have real values.

Keyword

surface waves, transcendental equations, complex roots, phase variation method

For citation

Musin A. M., Shabunin S. N., Knyazev S. T. Surface electromagnetic waves on a conductive screen with a dielectric coating having ohmic losses. *Ural Radio Engineering Journal*. 2019;3(3):229–242. DOI: 10.15826/urej.2019.3.3.001

Введение

При падении электромагнитных волн с плоским фронтом на плоский проводящий экран с диэлектрическим покрытием в общем случае имеет место возбуждение поверхностных электромагнитных волн (ПЭВ) наряду с пространственными (ПрЭВ). Возможность возбуждения ПЭВ в такой структуре показана в [1–3], но в этих работах рассматриваются случаи, когда диэлектрическое покрытие не обладает омическими потерями.

В работе [4] авторами проведено аналитическое исследование влияния ПЭВ на характеристики рассеяния проводящей сферы с однослойным диэлектрическим покрытием, в частности определены диапазоны частот, на которых возбуждаются ПЭВ на плоском проводящем экране с диэлектрическим покрытием: при стремлении радиуса сферы к бесконечности, ее поверхность «вырождается» в плоский экран. Для нахождения частот возбуждения ПЭВ на плоском экране с диэлектрическим покрытием решаются трансцендентные уравнения [2; 3].

Решение трансцендентных уравнений в [4] найдено путем численного подбора корней, такое решение дает приближенный результат, в связи с чем диапазоны частот, на которых возбуждаются ПЭВ разных типов, определены также приближенно и, возможно, неверно. Также в [4] приведено лишь количество корней уравнений в исследуемых диапазонах частот, так как целью было определение наличия, количества и типов поверхностных волн, в рассматриваемом диапазоне частот и сравнение с результатами расчета коэффициентов отражения. В настоящей работе дано строгое решение трансцендентных уравнений: найденные корни уравнений идентифицированы методом вариации фазы [5], также определены значения корней в исследу-

емом диапазоне частот. Результаты настоящей работы сравнены с результатами в [4], соответственно, и параметры покрытия взяты такими же, как и в [4].

Все алгоритмы поиска корней трансцендентного уравнения в [4] и в настоящей работе выполнены в программной среде MATLAB.

Цели исследования

1. Определить в диапазоне частот 0,1–5 ГГц наличие, количество и типы ПЭВ на плоском проводящем экране с однослойным диэлектрическим покрытием. Для этого решены трансцендентные уравнения [2; 3], корни идентифицированы методом вариации фазы [5; 6]. При этом учтены омические потери в материале покрытия, соответственно, трансцендентные уравнения имеют комплексные переменные.

2. Сравнение результатов, полученных с помощью строгого решения трансцендентных уравнений в настоящей работе, и результатов, полученных авторами в работе [4] с помощью численного подбора корней, дающих приближенный результат. Отдельно приведено описание методов решения трансцендентных уравнений, использованных в [4] и в настоящей работе.

Геометрия задачи

Геометрия задачи представлена на рис. 1. Рассмотрим случаи, когда электромагнитная волна с плоским фронтом падает перпендикулярно к поверхности экрана (рис. 1, I) и под углом к ней (рис. 1, II). Как видно на рисунке, вектор Пойтинга падающей волны $\vec{\Pi}_{пад}$ направлен перпендикулярно поверхности

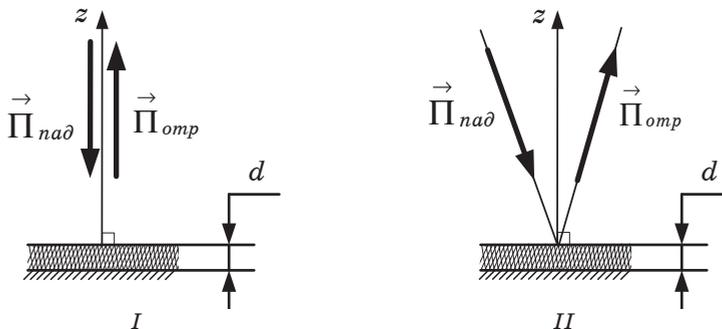


Рис. 1. Геометрия задачи: I – падение волны на плоский экран с покрытием в перпендикулярном направлении; II – падение волны на плоский экран с покрытием под углом к нормали

Fig. 1. The imagine of task: I – the incidence of a wave on plane conducting screen perpendicularly; II – the incidence of a wave on plane conducting screen at an angle

экрана, соответственно, согласно закону Снеля [1], преломление в покрытии отсутствует, и вектор Пойтинга отраженной волны $\vec{\Pi}_{omp}$ также перпендикулярен поверхности экрана. Так как векторы Пойтинга падающей $\vec{\Pi}_{пад}$ и отраженной волны $\vec{\Pi}_{omp}$ не имеют составляющих, направленных вдоль поверхности экрана, то нет переноса энергии в этом направлении. При падении под углом (рис. 1, II) часть энергии переносится в направлении, параллельном поверхности экрана, и происходит преломление волны в материале покрытия, что говорит о возможности возбуждения ПЭВ только при падении волны под углом.

Трансцендентные уравнения и нахождение корней

Для определения частот, соответствующих возбуждению ПЭВ в плоском экране с диэлектрическим покрытием толщиной d (рис. 1), комплексной относительной диэлектрической проницаемостью материала покрытия ε и относительной магнитной проницаемостью $\mu = 1$, решаются системы трансцендентных уравнений [2]:

$$\left\{ \begin{array}{l} t_v^e = \frac{r_v^e}{\varepsilon} \operatorname{tg}(r_v^e) \\ t_v^e = \sqrt{h \cdot d^2 - (r_v^e)^2} \end{array} \right. \quad (1.1) \quad \text{для волн типа } LM, \quad (1)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} t_v^h = -r_v^e \operatorname{ctg}(r_v^h) \\ t_v^h = \sqrt{h \cdot d^2 - (r_v^h)^2} \end{array} \right. \quad (2.1) \quad \text{для волн типа } LE, \quad (2)$$

где $h = k_0^2(\varepsilon - 1)$; k_0 – постоянная распространения в свободном пространстве:

$$k_0 = \frac{2\pi}{\lambda_0} = \frac{2\pi f}{c};$$

λ_0 – длина волны в свободном пространстве; f – частота волны. Через корни уравнений r_v^e , r_v^h , t_v^e и t_v^h определяются параметры ПЭВ, такие как волновое число, скорость убывания амплитуды и т. д. [3]. Индексом v обозначен порядковый номер поверхностных волн: например волнам LM_2 соответствуют корни r_2^e и t_2^e а LE_2 – r_2^h и t_2^h . Решение уравнения для волн типа LM найдено, если в выражении (1) разность уравнений (в особенности разность между правыми частями уравнений) равна нулю, для волн типа LE – в выражении (2).

Решение уравнений путем численного подбора корней, результаты которого изложены авторами в [4]: корни уравнения находятся перебором значений r_v^e и r_v^h , их подстановкой в (1) и (2) соответственно и нахождением значения разности между правыми частями уравнений. Корни уравнений считаются найденными, если выполняются следующие условия:

$$\left| \sqrt{h \cdot d^2 - r^2} - \frac{r}{\varepsilon} \cdot \operatorname{tg}(r) \right| = 0 \quad \text{для волн типа } LM, \quad (3)$$

$$\left| \sqrt{h \cdot d^2 - r^2} + r \cdot \operatorname{ctg}(r) \right| = 0 \quad \text{для волн типа } LE. \quad (4)$$

Значения r подобраны в виде $|r| \cdot e^{-j\varphi}$ исходя из условий $|r| \leq |h \cdot d^2|$ и $0 \leq \varphi \leq \pi/2$ на каждой частоте рассматриваемого диапазона. В общем случае составляется массив значений r по выражению:

$$r_{nm} = \frac{|h \cdot d^2| \cdot (n-1)}{N} \cdot e^{-j \frac{\pi m-1}{2M}}, \quad (5)$$

где n принимает значения $1 \div N + 1$, а $m - 1 \div M + 1$. Значения N и M взяты в [4] 4000 и 900 соответственно. Далее вычисляются значения модулей разности Δt_{nm} по выражениям:

$$\Delta t_{nm} = \left| \sqrt{h \cdot d^2 - (r_{nm})^2} - \frac{r_{nm}}{\varepsilon} \cdot \operatorname{tg}(r_{nm}) \right| \quad \text{для волн типа } LM, \quad (6)$$

$$\Delta t_{nm} = \left| \sqrt{h \cdot d^2 - (r_{nm})^2} + r_{nm} \cdot \operatorname{ctg}(r_{nm}) \right| \quad \text{для волн типа } LE. \quad (7)$$

Значение r_{nm} и, соответственно Δt_{nm} , изменяются дискретно, вследствие чего целесообразно задать пороговое значение Δt_{nop} и если модуль разности $\Delta t_{nm} \leq \Delta t_{nop}$, то считается, что условия (3) и (4) выполняются, а количество областей значений r_{nm} , при которых $\Delta t_{nm} \leq \Delta t_{nop}$, равно количеству корней уравнений в (1) или (2). Пороговое значение в [4] выбрано $\Delta t_{nop} = 0,01$.

При таком решении имеется ряд факторов, ограничивающих применение метода, а также точность и достоверность полученных результатов:

1. Значение переменной r_{nm} изменяется дискретно, и возможно «упустить» те значения, которые являются решением уравнений в (1) или (2).

2. Вследствие задания порогового значения Δt_{nop} возможно получить не отдельное значение корня r_{nm} , а область значений, при которых $\Delta t_{nm} \leq \Delta t_{nop}$, тогда с увеличением области значений увеличивается погрешность определения корня.

3. Корни уравнения считаются найденными, если значение $\Delta t_{nm} \leq \Delta t_{nop}$, что может привести к нахождению ложных корней.

4. Для увеличения точности необходимо уменьшить значение Δt_{nop} и увеличить значения M и N , что приведет к значительному увеличению объема вычислений и, соответственно, временных затрат.

В настоящей работе при *целенаправленном поиске комплексных корней уравнения* использован метод вариации фазы [5] для однозначного определения наличия корней в выбранной области значений r .

Для начала необходимо определить область допустимых значений r , в которой необходимо осуществлять поиск корней уравнения. Уравнения (1.2) и (2.2) определяют допустимые значения r и t . Через найденные корни t вычисляется волновое число ПЭВ, которое, в свою очередь, определяет скорость их распространения [1]. Скорость распространения ПЭВ не должна превышать скорость распространения ПрЭВ во внешнем пространстве и должна быть не ниже скорости распространения ПрЭВ в материале покрытия. Также материал покрытия в общем случае обладает потерями, значит, мнимая часть волнового числа ПЭВ должна быть не больше 0. Тогда значение вещественной части t $0 \leq \text{Re}(t) \leq \text{Re}(\sqrt{h \cdot d^2})$, при этом мнимая часть должна быть отрицательной или отсутствовать $\text{Im}(t) \leq 0$. Исходя из этих условий выбирается область допустимых значений r . Для выполнения этих условий в общем случае достаточно выбрать область значений r , показанную на рис. 2, она закрашена серым цветом. В частных случаях требуется расширение контура, об этом изложено ниже.

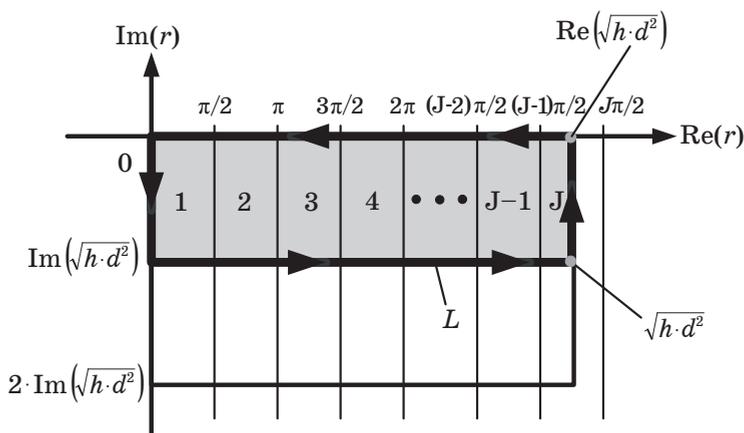


Рис. 2. Область допустимых значений r

Fig. 2. The range of valid values of r

Для поиска корней уравнений с комплексными переменными в [6] предложен *комбинированный метод поиска решений дисперсионных уравнений*, сочетающий в себе метод Мюллера, используемый для поиска корней, и метод вариации фазы, используемый для проверки истинности найденных корней. При реализации алгоритма поиска корней систем уравнений (1) и (2) метод не дал достоверных результатов: находились ложные корни в области допустимых значений r , либо истинные корни за пределами допустимой области (рис. 2), а при искусственном ограничении области значений для поиска корней выводится не-

определенное значение (в программе MATLAB такие значения обозначены NaN).

Для поиска корней в настоящей работе использован метод вариации фазы с разбиением области допустимых значений r на подобласти. Опишем способ поиска корней, примененный в настоящей работе.

Для определения частот появления и параметров ПЭВ решаются уравнения, полученные из систем уравнений (1) и (2) с помощью приравнивания правых частей входящих в них уравнений:

$$f_{LM}(r) = \sqrt{h \cdot d^2 - r^2} - \frac{r}{\varepsilon} \cdot \operatorname{tg}(r) = 0 \text{ для волн типа } LM, \quad (8)$$

$$f_{LE}(r) = \sqrt{h \cdot d^2 - r^2} + r \cdot \operatorname{ctg}(r) = 0 \text{ для волн типа } LE. \quad (9)$$

Наличие корней уравнений в (8) и (9) и их количество в области допустимых значений r определяется методом вариации фазы. Метод заключается в следующем [5]: область допустимых значений r на комплексной плоскости ограничивается контуром L (рис. 2), вычисляется логарифмический вычет функций $f_{LM}(r)$ и $f_{LE}(r)$ при положительном обходе контура L (на рис. 2 положительное направление указано стрелками) с использованием принципа аргумента:

$$K - P = \frac{1}{2\pi} \operatorname{var}[\arg(f(r))]_{L^+}, \quad (10)$$

где K – количество нулей функции $f(r)$, P – количество полюсов функции $f(r)$, в качестве функции $f(r)$ выступают как $f_{LM}(r)$ так и $f_{LE}(r)$ в зависимости от того какое уравнение решается. У рассматриваемых функций нули и полюса простые, поэтому нет необходимости вычислять их кратности. При этом контур L выбирается исходя из требований: функция $f(r)$ аналитическая и не обращается в нуль в любой точке контура L .

Функции (8) и (9) имеют особенности, которые позволяют уменьшить объем вычислений при поиске корней. В функцию $f_{LM}(r)$ входит функция $\operatorname{tg}(r)$, полюса которой и обуславливают полюса всей функции, соответственно, полюса функции $f_{LM}(r)$ появляются в точках

$$r = \frac{\pi}{2} + k\pi,$$

где k – любое целое число. Аналогично полюса функции $f_{LE}(r)$ появляются в точках $r = k\pi$, где k – любое целое число. Если вещественная часть r находится в диапазоне значений

$$\frac{\pi}{2} + (k-1)\pi \leq \operatorname{Re}(r) \leq k\pi,$$

то вещественная часть правой части (1.1)

$$\operatorname{Re}\left(\frac{r}{\varepsilon} \cdot \operatorname{tg}(r)\right) \leq 0,$$

в то время как вещественная часть правой части (1.2)

$$\operatorname{Re}\left(\sqrt{h \cdot d^2 - r^2}\right) \geq 0,$$

что говорит об отсутствии корней уравнения (8) в данных подобластях. На рис. 2 такие подобласти обозначены четными числами (2 и 4) – четные подобласти. Аналогичным образом установлено, что корни уравнения в (9) отсутствуют в нечетных подобластях (рис. 2). Таким образом, с учетом перечисленных особенностей, корни уравнения в (8) r_v^e локализируются в нечетных подобластях, а корни уравнения в (9) r_v^h – в четных (рис. 2). Распределение корней r_v^e и r_v^h , происходит аналогично распределению корней уравнений в [2; 3], но, так как в этих работах не учтены омические потери в материале покрытия, корни лежат на оси $\operatorname{Re}(r)$ (рис. 2). При уменьшении потерь в материале покрытия, и соответственно, мнимой части относительной диэлектрической проницаемости, уменьшается модуль мнимой части корней r_v^e и r_v^h , и их значения стремятся к оси $\operatorname{Re}(r)$ на комплексной плоскости (рис. 2).

С учетом локализации корней уравнений область допустимых значений r разбивается на подобласти, как показано на рис. 2, и в каждой подобласти, в зависимости от ее номера, находится корень уравнения (8) или (9). Как видно на рис. 2, количество подобластей равно

$$J = \frac{\operatorname{Re}(\sqrt{h \cdot d^2})}{\pi / 2}$$

с округлением в большую сторону. Такое разделение на подобласти позволяет избежать «захвата» полюсов контуром, ограничивающим подобласть, при реализации алгоритма в программе MATLAB при вычислении значения функции $f_{LM}(r)$ при достижении значения

$$r = \frac{\pi}{2} + k\pi$$

и $f_{LE}(r)$ при достижении $r = k\pi$ в рамках контура, ограничивающего подобласть, не происходит разрыва функции. Таким образом в рассматриваемых подобластях значений r отсутствуют полюса функций ($P = 0$ в (10)) и имеется по одному корню уравнения (8) или (9) ($N = 1$ в (10)), что подтверждается проверкой методом вариации фазы.

Подобласть под номером J на рис. 2 далее названа *крайней подобластью*. С ростом частоты f увеличивается значение $\operatorname{Re}(\sqrt{h \cdot d^2})$ и, соответственно, ширина крайней подобласти

$$\operatorname{Re}(\sqrt{h \cdot d^2}) - (J-1) \cdot \frac{\pi}{2} \quad (\text{рис. 2}).$$

Корень уравнения в подобласти, обозначенной серым цветом (рис. 2), может отсутствовать на определенных частотах. Это связано с локализацией корней за пределом выбранных подобластей, но в пределах допустимых значений корня r . В таком случае подобласть для поиска корня следует расширить. Если подобласть не является крайней, то ее следует расширить «вниз» (в сторону мнимой части), как показано на рис. 2, и максимальное значение модуля мнимой части r составляет $|2 \cdot \operatorname{Im}(\sqrt{h \cdot d^2})|$. Если подобласть крайняя, ее следует расширить как вниз, так и «вправо» (в сторону вещественной части), до значения $J \cdot \frac{\pi}{2}$ (рис. 2), тогда значение $\operatorname{Re}(r) \geq \operatorname{Re}(\sqrt{h \cdot d^2})$, при этом значение t остается в пределах допустимого. Расширенная область может содержать два корня уравнений, один из которых ложный.

Далее каждая подобласть делится на подобласти, и каждая из них проверяется на наличие в ней корней уравнения, в свою очередь подобласти, в которых локализован корень, далее делятся на подобласти и т. д., пока размер подобласти, в которой локализован корень уравнения, не удовлетворяет требованиям по допустимой погрешности δ . На рис. 3 представлена подобласть значений r , в которой локализован корень. Контур, ограничивающий подобласть, проходит через точки r_1, r_2, r_3 , и r_4 , $r_v^{e,h}$ – истинный корень уравнения (8) или (9), локализованный в подобласти, r_k – среднее значение между r_1, r_2, r_3 , и r_4 , принятое за корень уравнения. Дальнейшее деление подобласти прекращается а корнем уравнения считается значение r_k , если выполняется условие $\delta \geq |f(r_k)|$. Допустимая погрешность δ в рамках настоящей работы задана 0,001.

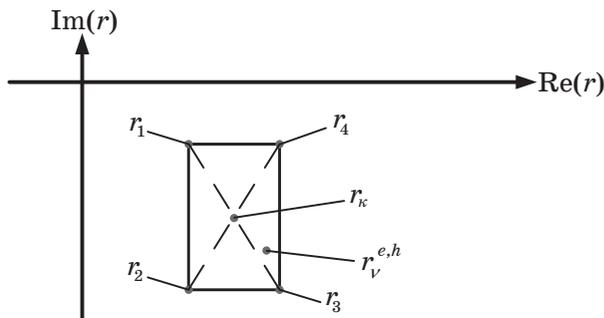


Рис. 3. Локализация корня уравнения

Fig. 3. Location of the equation root

При таком методе поиска корней находятся и однозначно идентифицируются все истинные корни уравнений. Предвари-

тельное ограничение области значения r исключает возможность появления корней, не соответствующих реальным параметрам ПЭВ. Уменьшение допустимой погрешности δ для большей точности результата не приводит к существенному увеличению объема вычисления и, соответственно, временных затрат при поиске корней уравнений.

Корни уравнений (1) и (2), приведенных в [2; 3], соответствуют ПЭВ, возбуждаемым микрополосковой антенной. В работе [1] приведены системы уравнений, корни которых соответствуют ПЭВ, возбуждаемым падающей волной, эти системы уравнений идентичны системам уравнений (1) и (2). Тогда через корни уравнений (1) и (2) находятся параметры ПЭВ, возбужденных как микрополосковой антенной, так и падающей волной.

Материалы покрытия

Для исследований взяты такие же материалы, как и в [4], их параметры приведены в табл. 1. Для простоты изложения каждому материалу присвоен порядковый номер. Как и в [4] покрытия взяты толщиной $d = 15$ мм (рис. 1).

Таблица 1. Параметры материалов покрытия

Table 1. The parameters of the coating materials

№ n/p	Комплексная относительная диэлектрическая проницаемость ϵ'	Тангенс угла диэлектрических потерь $\operatorname{tg}\delta$	Комплексная относительная магнитная проницаемость μ'
1	$15-5i$	$\approx 0,33$	1
2	$9,84-4,95i$	$\approx 0,5$	1
3	$4,48-1,87i$	$\approx 0,42$	1
4	$2,754-0,129i$	$\approx 0,047$	1

Некоторые численные результаты

В диапазоне от 0,1 до 5 ГГц решены трансцендентные уравнения, соответствующие возбуждению ПЭВ. Уравнения составлены для покрытий из материалов из табл. 1 толщиной $d = 15$ мм (рис. 1).

Разберем результаты решения уравнений на примере покрытия из материала 1 (табл. 1). На рис. 4 и 5 приведены графики частотной зависимости вещественных и мнимых частей корней уравнений (1) и (2). На рис. 4 также приведен график зависимости $\operatorname{Re}(\sqrt{h \cdot d^2})$ от частоты. Как видно на рис. 4, II , выполняется условие $0 \leq \operatorname{Re}(t) \leq \operatorname{Re}(\sqrt{h \cdot d^2})$, на рис. 5 приведен график зависимости модуля мнимых частей корней уравнения, но найденные корни имеют отрицательную мнимую часть во всем диапазоне частот. Это говорит о корректности найденных корней.

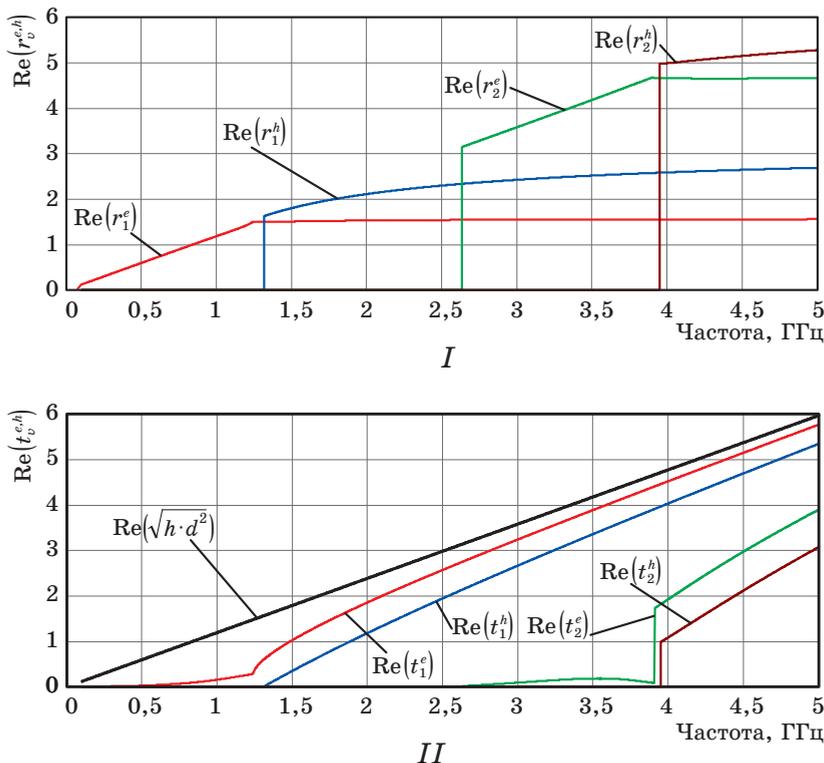


Рис. 4. Вещественная часть корней уравнений: I – $Re(r_v^{e,h})$; II – $Re(t_v^{e,h})$
 Fig. 4. Real parts of the equation roots: I – $Re(r_v^{e,h})$; II – $Re(t_v^{e,h})$

Отдельно рассмотрим диапазоны частот, на которых возбуждаются ПЭВ. ПЭВ низшего типа (LM_1) возбуждаются во всем диапазоне, начиная с нижней частоты (согласно [1] должны возбуждаться с нулевой частоты). Следующий тип волн – LE_1 – возбуждается с частоты 1317 МГц, что соответствует значению

$$Re(\sqrt{h \cdot d^2}) = \frac{\pi}{2}.$$

Далее возбуждаются ПЭВ LM_2 с частоты 2633 МГц, что соответствует значению $Re(\sqrt{h \cdot d^2}) = \pi$, и LE_2 с частоты 3949 МГц, что соответствует

$$Re(\sqrt{h \cdot d^2}) = \frac{3\pi}{2}.$$

Приведенные в настоящей работе численные результаты качественно совпадают с графическим решением трансцендентных уравнений в [1], но вследствие учета омических потерь и, соответственно, комплексных значений корней имеют место резкие изменения значений корней при изменении частоты (разрывы функции).

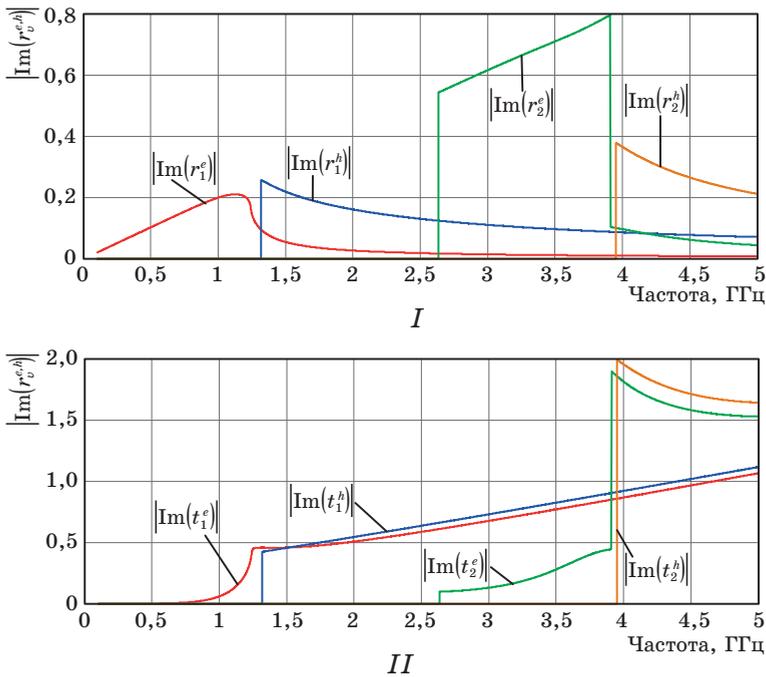


Рис. 5. Модуль мнимой части корней уравнений:
 $I - |\text{Im}(r_v^{e,h})|$; $II - |\text{Im}(t_v^{e,h})|$

Fig. 5. Imaging parts of the equation roots: $I - |\text{Im}(r_v^{e,h})|$; $II - |\text{Im}(t_v^{e,h})|$

Сравнение и обсуждение результатов

Определены области частот, на которых возбуждаются ПЭВ, в пределах исследуемого диапазона (100 МГц – 5 ГГц). В табл. 2 приведены результаты в сравнении с результатами из [4].

Таблица 2. Диапазоны частот, на которых возбуждаются ПЭВ

Table 2. Frequency ranges at which plane waves are excited

Материал покрытия	Тип ПЭВ	Диапазон частот, определенный в настоящей работе	Диапазон частот, определенный в [4]
1	LM1	100–5000 МГц	825–1810 МГц
	LM2	2633–5000 МГц	1050–1325 МГц
	LE1	1317–5000 МГц	1304–2381 МГц
	LE2	3949–5000 МГц	–
2	LM1	100–5000 МГц	1000–2300 МГц
	LM2	3247–5000 МГц	1270–1690 МГц
	LE1	1625–5000 МГц	1600–2980 МГц
	LE2	4781–5000 МГц	–
3	LM1	100–5000 МГц	1548–3350 МГц
	LE1	2595–5000 МГц	2560–4400 МГц
4	LM1	100–5000 МГц	2210–6420 МГц
	LE1	3772–5000 МГц	3900–6870 МГц

Как видно из данных табл. 2, области частот, на которых возбуждаются ПЭВ, определенные в настоящей работе, принципиально отличаются от областей частот, определенных в работе [4]. Это связано с различиями в методах решения трансцендентных уравнений (1) и (2). Результаты, полученные в настоящей работе, коррелируются с результатами, получаемыми при решении трансцендентных уравнений с допущением, что в материале покрытия отсутствуют омические потери.

Заключение

Предложенный в настоящей работе метод решения трансцендентных уравнений позволяет найти и однозначно идентифицировать корни уравнений с допустимой погрешностью. Примененный метод позволяет точнее определить параметры ПЭВ по сравнению с корнями, найденными в [4], при этом также учитываются омические потери в материале покрытия.

Наряду с однозначной идентификацией найденных корней уравнений, предложенный метод требует значительно меньшего объема вычислений и, соответственно, временных затрат.

По сравнению с известными ранее решениями трансцендентных уравнений в (1) и (2), не учитывающих омические потери в материале покрытия, усложняется определение допустимых значений корней уравнений, так как необходимо контролировать значения не только вещественной, но и также мнимой части корней.

Благодарности

Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда (проект № 14-19-01396).

Acknowledgments

This research is supported by grant No. 14-19-01396 from the Russian Science Foundation.

Список литературы

1. Марков Г. Т., Чаплин А. Ф. *Возбуждение электромагнитных волн*. 2-е изд. перераб. и доп. М.: Радио и связь; 1983.
2. Панченко Б. А., Нефедов Е. И. *Микрополосковые антенны*. М.: Радио и связь; 1986.
3. Шабунин С. Н. *Электродинамика плоских и цилиндрических магнитодиэлектрических слоистых структур: дис. ... д-ра техн. наук*. Екатеринбург: Уральский государственный технический университет – УПИ; 2006.
4. Князев С. Т., Мусин А. М., Панченко Б. А. Влияние поверхностных волн на характеристики рассеяния выпуклых тел содержащих диэлектрической покрытие. *Электромагнитные волны и электронные системы*. 2016;21(6):32–39.

5. Раевский А. С., Раевский С. Б. *Комплексные волны*. М.: Радиотехника; 2010.

6. Малахов В. А., Попков К. В., Раевский А. С. Комбинированный метод поиска решений дисперсионных уравнений волн направляющих электродинамических структур на комплексной плоскости одного из волновых чисел. *Физика волновых процессов и радиотехнические системы*. 2014;17(2):13–17.

References

1. Markov G. T., Chaplin A. F. *Excitation of electromagnetic waves*. 2nd ed. Moscow: Radio and communication; 1983. (In Russ.)

2. Panchenko B. A., Nefedov E. I. *Microstrip antennas*. Moscow: Radio and communication; 1986. (In Russ.)

3. Shabunin S. N. *Electrodynamics of plane and cylindrical magnetodielectric layered structures: Diss. ... d-RA tekhn. sciences'*. Ekaterinburg: Ural state technical University – UPI; 2006. (In Russ.)

4. Knyazev S. T., Musin A. M., Panchenko B. A. The influence of plane waves on the scattering characteristics of a convex body with a dielectric coat. *Electromagnetic Waves and Electronic Systems*. 2016;21(6):32–39. (In Russ.)

5. Raevskii A. S., Raevskii S. B. *Complex wave*. Moscow: Radio Engineering; 2010. (In Russ.)

6. Malakhov V. A., Popkov K. V., Raevsky A. S. The combined method of finding solutions to the dispersion equation for waveguide electrodynamic structures on the complex plane of one of the wave numbers. *Physics of Wave Processes and Radio Systems*. 2014;17(2):13–17.

Информация об авторах

Мусин Андрей Маликович, аспирант, Уральский федеральный университет, Россия, 620002, г. Екатеринбург, ул. Мира, 32; e-mail: andrmm@uralweb.ru.

Шабунин Сергей Николаевич, доктор технических наук, профессор, Уральский федеральный университет, Россия, 620002, г. Екатеринбург, ул. Мира, 32.

Князев Сергей Тихонович, доктор технических наук, проректор по учебной работе, Уральский федеральный университет, Россия, 620002, г. Екатеринбург, ул. Мира, 32.

Information about the authors

Andrey M. Musin, Post-graduate student, Ural Federal University, 32 Mira Str., Ekaterinburg, 620002, Russia; e-mail: andrmm@uralweb.ru.

Sergey N. Shabunin, Dr.Sc. (Tech.), Professor, Ural Federal University, 32 Mira Str., Ekaterinburg, 620002, Russia.

Sergey T. Knyazev, Dr.Sc. (Tech.), Vice-rector for Academic Affairs, Ural Federal University, 32 Mira Str., Ekaterinburg, 620002, Russia.

Поступила / Received: 26.09.2019

Принята в печать / Accepted: 10.10.2019