

Оригинальная статья / Original Paper

DOI 10.15826/urej.2019.3.3.007

УДК 621.396.969

## Синтезирование радиолокационных изображений стабилизированных баллистических объектов

**А. В. Галеницкий, А. А. Казанцев ✉, А. Е. Тютюкин**Военно-космическая академия имени А. Ф. Можайского,  
Россия, 197198, г. Санкт-Петербург, ул. Ждановская, 13

✉ alexandralexandrkazantsev@gmail.com

### Аннотация

Рассмотрена специфика формирования радиолокационных изображений (РЛИ) баллистических объектов (БО), стабилизированных вращательным движением относительно центра масс (ЦМ). Представлен алгоритм оценивания закона изменения ракурса наблюдения БО, основанный на комплексировании обработки координатной информации и некоординатной информации о БО, измеряемой когерентными широкополосными радиолокационными станциями (РЛС). Алгоритм верифицирован по результатам численных баллистического и электродинамического моделирований.

### Ключевые слова

радиовидение, радиолокационное изображение, инверсный синтез апертуры, цифровая обработка сигналов, баллистический объект, прецессия, преобразование Хафа

### Для цитирования

Галеницкий А. В., Казанцев А. А., Тютюкин А. Е. Синтезирование радиолокационных изображений стабилизированных баллистических объектов. *Ural Radio Engineering Journal*. 2019;3(3):306–327. DOI: 10.15826/urej.2019.3.3.007

## Radar imaging of stabilized ballistic targets

**A. V. Galenitsky, A. A. Kazantsev ✉, A. E. Tyutyukin**Mozhaisky Space Military Academy,  
13 Zhdanovskaya Str., Saint Petersburg, 197198, Russia

✉ alexandralexandrkazantsev@gmail.com

### Abstract

Features of stabilized ballistic targets radar imaging are considered at this work. We introduce the algorithm of determining the observation angle law for radar imaging purposes. The proposed algorithm is based on the combination of trajectory estimation results and backscattering signals

analyses. In Section 1 we present the mathematical formulation of the research problem which stands both on the mass center and precession motion laws. Section 2 consists of the detailed description of the so-called «rough» part of the proposed algorithm, based on the consequently solving inverse and direct ballistic problems. Section 3 includes the detailed description of the so-called «exact» part of the proposed algorithm, based on the stabilization motion parameters estimation by applying the Fourier, Hough transforms and the least squares method. Section 4 demonstrates the verification results on the ballistic and electromagnetic numerically computed modeled data example.

### Keywords

radar imaging, inverse synthetic aperture radar, signal processing, ballistic target, precession, Hough transform, observation angle

### For citation

Galenitsky A. V., Kazantsev A. A., Tyutyukin A. E. Radar imaging of stabilized ballistic targets. *Ural Radio Engineering Journal*. 2019;3(3):306–327. DOI: 10.15826/urej.2019.3.3.007

### Введение

Инверсное синтезирование детальных двумерных РЛИ БО требует выполнения предварительной сигнальной обработки результатов измерений их радиолокационных характеристик (РЛХ). К такой предварительной обработке относятся этапы: калибровки результатов когерентных широкополосных полнополяризационных РЛХ БО; компенсации набегов фаз, обусловленных поступательным движением БО; оценивания закона изменения ракурса наблюдения БО на интервале когерентного накопления.

Последний из перечисленных этапов обработки приобретает ключевое значение при синтезировании двумерных РЛИ БО, стабилизированных вращательным движением относительно собственного ЦМ, так как объект в этом случае теряет собственную пространственную когерентность. Особенности инверсного синтезирования РЛИ БО, обладающих гироскопическим стабилизационным движением, характеризующимся прецессией, посвящена настоящая работа.

### Постановка задачи

В силу своей протяженности основной интерес для локации представляет внеатмосферный участок траектории, на котором движение ЦМ БО описывается уравнением Кеплера для шести заданных значений кеплеровских элементов орбиты (КЭО):  $a$  – большая полуось орбиты;  $e$  – эксцентриситет;  $i$  – наклонение орбиты;  $\Omega$  – долгота восходящего узла орбиты;  $\omega$  – аргумент широты перигея;  $\tau$  – время прохождения перигея (рис. 1).

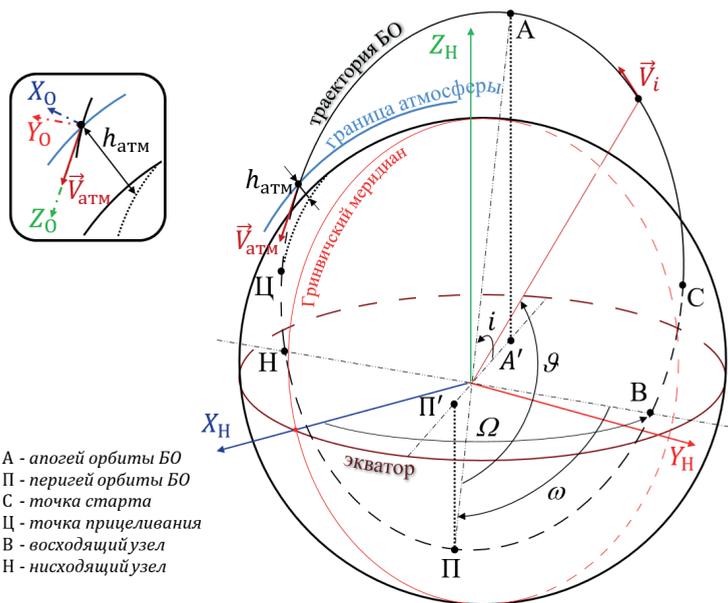
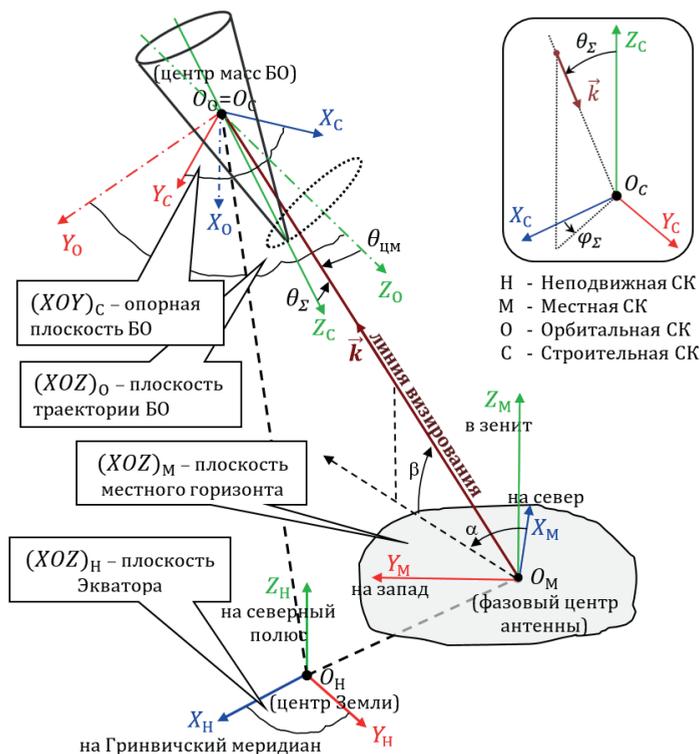


Рис. 1. Движение ЦМ БО в неподвижной системе координат Земли

Fig.1. Ballistic object's mass center movement in static Earth coordinate system

Взаимное расположение ЦМ БО и фазового центра РЛС на каждый момент времени удобно определять в неподвижной системе координат (СК) Земли. Неподвижная СК является зафиксированной на заданный начальный момент времени абсолютной гринвичской экваториальной СК. Для определенности полагается, что данный момент соответствует моменту входа БО в зону радиовидимости РЛС  $t = t_{\text{вх}} = 0$ . Направление оси  $Z_H$  совпадает с осью вращения Земли, ось  $X_H$  лежит в плоскости экватора и совпадает с направлением на Гринвичский меридиан на момент времени  $t_{\text{вх}}$ , ось  $Y_H$  также лежит в плоскости экватора и образует правую тройку.

Прежде рассмотрения особенностей решения задачи оценивания закона изменения ракурса БО на интервале когерентного накопления сигнала следует отметить, что под ракурсом наблюдения БО  $\psi$  понимается угол синтезируемой апертуры РЛС радиовидения. Значение данного угла, а также скорость его изменения определяются законом изменения ориентации линии визирования РЛС в строительной (собственной) СК БО. При этом положение линии визирования удобно задавать двумя сферическими углами  $\theta_\Sigma$  и  $\varphi_\Sigma$  в строительной СК БО. Ориентация осей строительной СК, а также направление отсчета сферических углов  $\theta_\Sigma$  и  $\varphi_\Sigma$  представлены на рис. 2 справа сверху.



**Рис. 2.** Изменение ориентации БО относительно РЛС  
**Fig. 2.** Ballistic target’s orientation changing relative to radar

Центр строительной СК совпадает с ЦМ БО, а его строительная ось (ось симметрии) совпадает с осью  $Z_C$ , тогда носовому направлению наблюдения БО соответствуют значения:  $\theta_{\Sigma} = 0$  и  $\varphi_{\Sigma} = 0$ . Ориентация осей  $X_C$  и  $Y_C$  не важна в силу осевой симметрии БО. По этой же причине полагается, что РЛХ БО не зависят от значения угла  $\varphi_{\Sigma}$ . Поэтому с точки зрения анализа динамических РЛХ БО собственным вращением строительной СК вокруг оси  $Z_C$  можно пренебречь. На рис. 2 также показаны другие СК, необходимые для анализа результатов измерения динамических РЛХ БО когерентными широкополосными РЛС.

Непосредственно результаты измерения как координатной, так и некоординатной информации о БО привязаны к местной СК РЛС, центр которой совпадает с фазовым центром антенной системы РЛС. Для упрощения полагается, что фазовый центр антенны лежит на плоскости местного горизонта. Положение фазового центра РЛС задается широтой  $\varphi_{\text{РЛС}}$ , долготой  $\lambda_{\text{РЛС}}$  и радиус вектором  $r_{\text{РЛС}}$ , заданным в абсолютной гринвич-

А. В. Галеницкий, А. А. Казанцев, А. Е. Топухин | Синтезирование радиолокационных изображений стабилизированных баллистических объектов

ской экваториальной СК Земли. Ось  $Z_M$  направлена в зенит, ось  $X_M$  лежит в плоскости местного горизонта и направлена на север, ось  $Y_M$  лежит в плоскости местного горизонта и направлена на местный запад.

Для определения ориентации БО относительно РЛС строительная СК БО привязывается к орбитальной СК БО. Центр орбитальной СК также совпадает с положением ЦМ БО. Ориентация оси  $Z_0$  имеет ключевое значение для решения задачи оценивания ориентации БО относительно РЛС. Полагается, что ось  $Z_0$  для каждого момента времени совпадает с направлением оси прецессии и, следовательно, совпадает с ориентацией вектора скорости БО для момента входа БО в плотные слои атмосферы  $t_{\text{атм}}$  (рис. 1 слева сверху). Таким образом, направление оси прецессии БО совпадает с направлением касательной к траектории движения БО на высоте входа в плотные слои атмосферы  $h(t_{\text{атм}}) = h_{\text{атм}}$ . Именно такой тип стабилизации делает БО наиболее устойчивым к возмущающим воздействиям, возникающим на атмосферном участке траектории, а также позволяет снизить в итоге отклонения от заданной точки падения [1]. Ось  $Y_0$  лежит в плоскости орбиты, нормальна к оси  $Z_0$ . Ось  $X_0$  дополняет орбитальную СК до правой и совпадает с направлением вектора нормали к плоскости орбиты. В результате привязки строительная СК имеет постоянный наклон относительно орбитальной СК, равный величине угла прецессии  $\gamma$  и вращается вокруг оси  $Z_0$  с частотой, равной частоте прецессии  $f_p$  БО.

С учетом вышеизложенного можно заключить, что полный закон изменения угла инверсного синтезирования апертуры (ракурса наблюдения) БО  $\psi_{\Sigma}(t)$  определяется двумя составляющими: законом взаимного перемещения ЦМ БО относительно РЛС, а также законом стабилизационного вращательного движения БО относительно собственного ЦМ (рис. 3). Тогда учитывая осевую симметрию БО, для закона изменения ракурса наблюдения будет справедливо выражение (1).

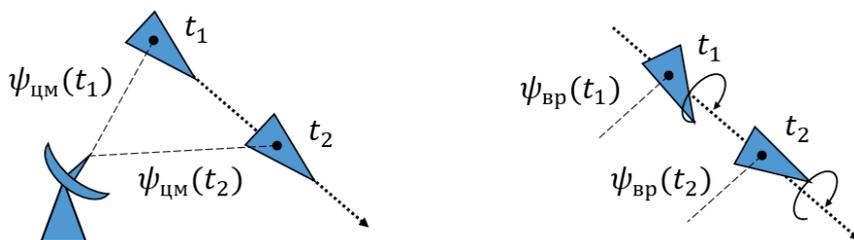


Рис. 3. Составляющие ракурса наблюдения объекта  
Fig. 3. Ballistic target's angle of view components

$$\psi_{\Sigma}(t) = \psi_{\text{цм}}(t) + \psi_{\text{вп}}(t) = \theta_{\Sigma}(t) = \theta_{\text{цм}}(t) + \theta_{\text{вп}}(t). \quad (1)$$

Из выражения (1) следует, что итоговый суммарный закон изменения ракурса визирования БО будет иметь периодический характер, определяемый параметрами стабилизационного движения БО  $\theta_{\text{вп}}(t)$ , а медленно меняющийся тренд закона изменения ракурса визирования будет определяться законом перемещения ЦМ относительно РЛС  $\theta_{\text{цм}}(t)$ . Таким образом, задачу оценивания ракурса наблюдения БО целесообразно декомпозировать на две подзадачи:

1) грубое оценивание ракурса наблюдения, выполняемое по данным измерений траекторного канала РЛС. Результатом грубого оценивания является оценка  $\theta_{\text{цм}}(t)$ ;

2) точное оценивание, выполняемое на основе анализа динамических РЛХ БО. Результатом точного оценивания является оценка  $\theta_{\text{вп}}(t)$ .

С учетом вышесказанного был разработан алгоритм оценивания ракурса наблюдения стабилизированного БО, включающий два ключевых вышеназванных этапа (рис. 4).

Рассмотрим в отдельности особенности решения задач грубого и точного оценивания ракурса наблюдения стабилизированного БО.

### Грубое оценивание ракурса наблюдения

В процессе работы траекторного канала РЛС наблюдаемому БО сопоставляются результаты измерения: дальности  $\hat{r}(t)$ , радиальной скорости  $\hat{V}_r(t)$ , азимута  $\hat{\alpha}(t)$ , угла места  $\hat{\beta}(t)$ , заданные на интервале когерентного накопления сигнала  $t \in T_{\text{нак}}$ . Тогда задачу грубого оценивания ракурса наблюдения можно приближенно сформулировать следующим образом  $\hat{r}(t), \hat{V}_r(t), \hat{\alpha}(t), \hat{\beta}(t) \rightarrow \hat{\theta}_{\text{цм}}(t)$ .

Решение указанной задачи выполняется посредством последовательного решения обратной и прямой баллистических задач. Под прямой задачей понимается прогнозирование положения ЦМ БО по результатам оценивания его КЭО. Под обратной задачей понимается оценивание КЭО БО по данным о местоположении его ЦМ, привязанным к заданным моментам времени.

В соответствии с рис. 4 на *шаге 1* необходимо выполнить преобразование координат положения РЛС и БО на каждый момент времени в единую инерциальную неподвижную СК, зафиксированную на момент входа в зону обзора РЛС  $t_{\text{вх}} = 0$ .

Первоначально необходимо перевести статические сферические координаты РЛС, заданные, например в абсолютной гринвичской экваториальной СК, в изменяющиеся на протяжении времени вследствие движения Земли прямоугольные координаты неподвижной СК:  $\lambda_{\text{РЛС}}^A, \varphi_{\text{РЛС}}^A, r_{\text{РЛС}}^A \rightarrow \hat{x}_{\text{РЛС}}^H(t), \hat{y}_{\text{РЛС}}^H(t), \hat{z}_{\text{РЛС}}^H(t)$ .

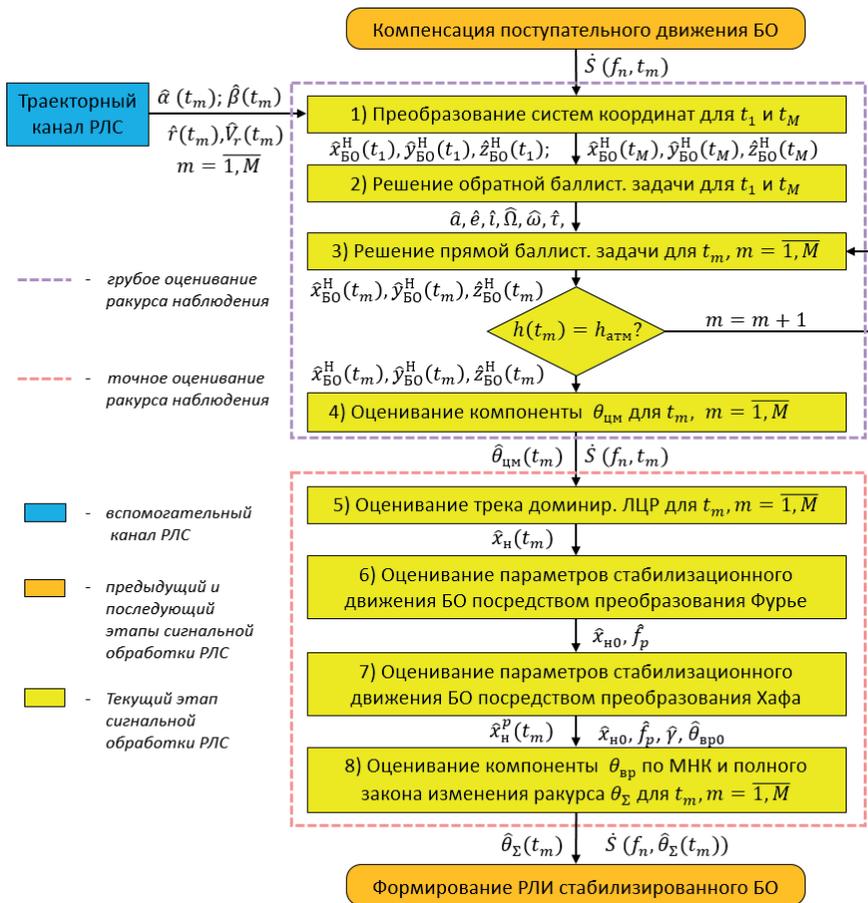


Рис. 4. Блок схема алгоритма оценивания закона изменения ракурса наблюдения БО

Fig. 4. Block scheme of ballistic target's viewing angle estimation algorithm

Затем необходимо преобразовать результаты измерений траекторного канала РЛС, заданные в местной СК, в координаты БО, заданные в неподвижной СК:  $\hat{r}_{BO}^M(t), \hat{V}_{BO}^M(t), \hat{\alpha}_{BO}^M(t), \hat{\beta}_{BO}^M(t) \rightarrow \hat{x}_{BO}^H(t), \hat{y}_{BO}^H(t), \hat{z}_{BO}^H(t)$ .

На шаге 2 решается обратная баллистическая задача, которая формализуется следующим образом:  $\hat{x}_{BO}^H(t), \hat{y}_{BO}^H(t), \hat{z}_{BO}^H(t) \rightarrow \hat{a}, \hat{e}, \hat{i}, \hat{\Omega}, \hat{\omega}, \hat{t}$ .

Для оценивания КЭО объекта наблюдения целесообразно выбирать крайние результаты измерений траекторных параметров: моменты входа  $t_{вх}$  и выхода  $t_{вых}$  объекта наблюдения из зоны видимости РЛС, так как двум наиболее разнесенным точкам можно наиболее точно сопоставить плоскость орбиты БО. В интересах снижения ошибок определения КЭО можно также взаимно увязать несколько начальных и конечных результатов измере-

ния и усреднить полученные оценки КЭО. Однако, как показывает практика, приемлемый уровень ошибок оценивания КЭО можно достичь путем использования лишь двух крайних моментов времени измерения.

Решение обратной задачи строится на основе решения уравнения Эйлера – Ламберта [2], которое представляет собой обобщение уравнения Кеплера для двух заданных моментов времени (2).

$$t_2 - t_1 = \frac{a^{3/2}}{\sqrt{\mu}} [(E_2 - e \sin E_2) - (E_1 - e \sin E_1)], \quad (2)$$

где  $E_2 = E(t_2)$  – значение эксцентрисической аномалии на момент выхода БО из зоны обзора РЛС  $t_2 = t_{\text{вых}}$ ;  $E_1 = E(t_1)$  – значение эксцентрисической аномалии на момент входа БО в зону видимости РЛС  $t_1 = t_{\text{вх}}$ ;  $\mu$  – гравитационная постоянная Земли.

При наблюдении единственной РЛС орбита БО всегда будет являться переходной орбитой первого рода [2]. Пусть  $\Delta\vartheta$  – положительный угол, отсчитываемый по направлению движения объекта от начального радиуса  $r_1 = r(t_1)$  до конечного  $r_2 = r(t_2)$ . В этом случае для  $\Delta\vartheta$  всегда будет выполняться условие  $\Delta\vartheta < 180^\circ$ . По величине  $\Delta\vartheta$  и известным положениям БО в моменты времени  $t_1$  и  $t_2$  на плоскости орбиты можно определить направление вращения объекта вокруг притягивающего центра, так как угол  $\Delta\vartheta$  отсчитывается от начального радиуса по движению объекта. Далее необходимо использовать введенные величины:  $r_1$ ,  $r_2$ ,  $\Delta\vartheta$  и  $\Delta t = t_2 - t_1$  для записи уравнения Эйлера – Ламберта, устанавливающего функциональную связь между геометрическими характеристиками траектории и указанными выше исходными данными. Для этого необходимо преобразовать правую часть (2), чтобы она зависела от величин:  $r_1$ ,  $r_2$ ,  $a$ ,  $\Delta\vartheta$ , введя новые переменные:

$$g = \frac{E_2 - E_1}{2}, \quad \cos(h) = e \cdot \cos\left(\frac{E_2 + E_1}{2}\right), \quad 0 < h < \pi. \quad (3)$$

Обозначив сумму и разность новых переменных  $g$  и  $h$  через  $\varepsilon$  и  $\delta$ :

$$\varepsilon = h + g, \quad \delta = h - g, \quad (4)$$

получим:

$$h = \frac{\varepsilon + \delta}{2}, \quad g = \frac{\varepsilon - \delta}{2}. \quad (5)$$

Тогда, так как

$$E_2 - E_1 = 2g, \quad \sin E_2 - \sin E_1 = 2 \cos \frac{E_2 + E_1}{2} \sin \frac{E_2 - E_1}{2}, \quad (6)$$

то из выражения (2) и введенных выше переменных получаем уравнение Эйлера – Ламберта:

$$\Delta t = \frac{a^{3/2}}{\sqrt{\mu}} [(\varepsilon - \sin \varepsilon) - (\delta - \sin \delta)]. \quad (7)$$

Обозначив  $\Delta r = r_2 - r_1$ , используя простейшие геометрические и тригонометрические преобразования, можно показать, что [2]:

$$\varepsilon = 2 \arcsin \left( \sqrt{\frac{r_2 + r_1 + \Delta r}{4a}} \right), \quad \delta = 2 \arcsin \left( \sqrt{\frac{r_2 + r_1 - \Delta r}{4a}} \right). \quad (8)$$

Из (8) следует, что большая полуось орбиты должна удовлетворять условию  $a \geq (r_2 + r_1 + \Delta r)/4$ , устанавливающему нижнюю границу области возможных значений  $a$ . Найти  $\hat{a}$  можно путем численного решения уравнения (7) относительно  $a$ . Решив уравнение (7), используя (8), относительно значения большой полуоси, имеем оценочное значение  $\hat{a}$ .

Далее целесообразно оценить значение наклона орбиты  $\hat{i}$ . Для этого первоначально необходимо найти направление единичного вектора нормали орбиты через векторное произведение векторов  $\vec{r}_2, \vec{r}_1$  (9).

$$\vec{n}_{\text{орб.}} = \frac{\vec{r}_1 \times \vec{r}_2}{|\vec{r}_1 \times \vec{r}_2|} = n_x \vec{i} + n_y \vec{j} + n_z \vec{k}, \quad (9)$$

где  $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$  – единичные орт-векторы в прямоугольной неподвижной СК. Тогда

$$\hat{i} = \arccos(n_z). \quad (10)$$

Далее, используя (10), необходимо найти  $\hat{\Omega}$ .

$$\hat{\Omega} = \arcsin \left( \frac{n_x}{\sin(\hat{i})} \right). \quad (11)$$

При этом для устранения неоднозначности при нахождении  $\hat{\Omega}$  необходимо учитывать четверть, в которой находится восходящий узел орбиты. Для этого необходимо определить направление на восходящий узел в неподвижной СК. Направление на восходящий узел может быть определено как векторное произведение двух нормалей: нормали плоскости орбиты (9) и нормали плоскости экватора:  $\vec{n}_\ominus = 0\vec{i} + 0\vec{j} + 1\vec{k}$ . Тогда направление на восходящий узел будет определяться следующим образом:  $\vec{n}_{\text{ВУ}} = -n_y \vec{i} + n_x \vec{j}$ .

После, используя (8), а также найденное значение большой полуоси  $\hat{a}$ , необходимо найти оценочное значение эксцентриситета орбиты  $\hat{e}$

$$\hat{e} = \sqrt{\left[ \frac{\Delta r}{2\hat{a}\sin(\Delta E)} \right]^2 + \left[ \frac{1 - r_1 + r_2}{2\hat{a}} \right]^2} \frac{1}{\cos^2 \left( \frac{\Delta E}{2} \right)}. \quad (12)$$

Далее необходимо найти оценочное значение аргумента широты перигея  $\hat{\omega}$ . Для этого необходимо первоначально найти

значение аргумента широты для заданного момента времени  $u(t)$ , например, для момента входа БО в зону радиовидимости РЛС  $t = t_1 = t_{\text{вх}}$ .

$$u(t_1) = u_1 = \arccos\left(\frac{r_x(t_1)\cos(\hat{\Omega}) + r_y(t_1)\sin(\hat{\Omega})}{r_1}\right). \quad (13)$$

Затем необходимо найти значение эксцентрической аномалии для выбранного момента времени  $E(t_1) = E_1$  в зависимости от знака радиальной скорости  $V_r(t_1)$ .

$$\begin{cases} E_1 = 2\pi - \arccos\left(\frac{\hat{a} - r_1}{\hat{a}\hat{e}}\right), & \text{если } V_r(t_1) > 0 \\ E_1 = \arccos\left(\frac{\hat{a} - r_1}{\hat{a}\hat{e}}\right), & \text{если } V_r(t_1) < 0 \end{cases}. \quad (14)$$

Для определения знака  $V_r(t_1)$  необходимо дополнительно использовать результаты измерений для соседнего зондирующего импульса, для  $t = t_1 + T_n$ , где  $T_n$  – период следования зондирующих сигналов. Тогда в случае если разница  $\Delta r_{T_n} = r(t_1 + T_n) - r(t_1)$  будет положительна, то объект движется на участке траектории от перигея к апогею и  $V_r(t_1)$  имеет знак плюс, в обратном случае  $V_r(t_1)$  будет иметь знак минус, что означает, в свою очередь, что объект движется на участке траектории от апогея к перигею. В случае, когда разница будет иметь нулевое значение, объект будет находиться в апогейной точке, тогда  $E_1 = \pi$ . Следует отметить, что результаты измерения дальности должны быть сглаженными и функция  $r(t)$  должна иметь монотонный характер.

Далее необходимо найти значение истинной аномалии на основе (15)

$$Q(t_1) = Q_1 = \arctg\left(\sqrt{\frac{1+\hat{e}}{1-\hat{e}}}\operatorname{tg}\left(\frac{E_1}{2}\right)\right). \quad (15)$$

Тогда искомое значение  $\hat{\omega}$  можно найти на основе (13) и (15):

$$\hat{\omega} = u_1 - Q_1. \quad (16)$$

В заключение необходимо найти оценочное значение времени прохождения перигея  $\hat{\tau}$ , используя уравнение Кеплера (17)

$$\hat{\tau} = t_1 + \frac{\hat{a}^{3/2}}{\sqrt{\mu}}(E_1 - \operatorname{esin}E_1). \quad (17)$$

В соответствии с рис. 4, после решения обратной баллистической задачи можно переходить к решению прямой баллистической задачи на *шаге 3*.

Под прямой баллистической задачей понимается определение положения БО по данным его КЭО:  $\hat{a}, \hat{e}, \hat{i}, \hat{\Omega}, \hat{\omega}, \hat{\tau} \rightarrow \hat{x}_{\text{БО}}^{\text{H}}(t), \hat{y}_{\text{БО}}^{\text{H}}(t), \hat{z}_{\text{БО}}^{\text{H}}(t)$ .

Решение прямой задачи строится на основе решения уравнения Кеплера, которое связывает местоположение объекта на орбите с КЭО для заданного момента времени  $t$ . Решив численно уравнение (17) относительно значения эксцентрической аномалии, имеем оценочное значение  $\hat{E}(t)$ . Далее необходимо оценить значение истинной аномалии  $Q(t)$  с помощью (15).

Затем, используя найденное значение истинной аномалии, определяется длина радиус вектора для заданного момента времени  $r(t)$ .

$$r(t) = \frac{\hat{a}(1 - \hat{e}^2)}{1 + \hat{e}\cos(\hat{Q}(t))}. \quad (18)$$

После этого необходимо оценить  $u(t)$ , используя (13). На заключительном шаге решения прямой баллистической задачи рассчитываются координаты местоположения БО в неподвижной СК (25).

$$\begin{aligned} \hat{x}_{\text{БО}}^{\text{H}}(t) &= r(t) \left[ \cos(\hat{u}(t))\cos(\hat{\Omega}) - \sin(\hat{u}(t))\cos(\hat{i})\sin(\hat{\Omega}) \right]; \\ \hat{y}_{\text{БО}}^{\text{H}}(t) &= r(t) \left[ \cos(\hat{u}(t))\sin(\hat{\Omega}) - \sin(\hat{u}(t))\cos(\hat{i})\cos(\hat{\Omega}) \right]; \\ \hat{z}_{\text{БО}}^{\text{H}}(t) &= r(t)\sin(\hat{u}(t))\sin(\hat{i}). \end{aligned} \quad (19)$$

В случае, когда для любого момента времени на интервале когерентного накопления сигнала  $T_{\text{нак}}$  (в пределах зоны видимости)  $h(t) > h_{\text{атм}}$  для  $t \in T_{\text{нак}}$ , следует экстраполировать траекторию до момента входа в атмосферу с целью определения ориентации вектора скорости БО на момент входа в атмосферу, а, следовательно, и положение оси  $Z_0$  в неподвижной СК.

На конечном этапе, зная положения РЛС и БО в неподвижной СК, а также ориентацию осей орбитальной СК в неподвижной СК, необходимо задать направление линии визирования в неподвижной СК как направление от фазового центра антенной системы РЛС к ЦМ БО. Тогда ориентация линии визирования в сферической орбитальной СК БО и будет определять законы изменения двух углов  $\hat{\theta}_{\text{цм}}(t)$ ,  $\hat{\phi}_{\text{цм}}(t)$ . В соответствии с рис. 4 после оценивания  $\hat{\theta}_{\text{цм}}(t)$  можно переходить к оцениванию той компоненты ракурса визирования БО, которая обусловлена перемещением ЦМ БО относительно РЛС  $\hat{\theta}_{\text{вр}}(t)$ .

### Точное оценивание ракурса наблюдения

Предполагается, что исходными данными для решения задачи точного оценивания закона изменения ракурса наблюдения БО являются калиброванные результаты измерения частотно-временных характеристик (ЧВХ) БО с компенсацией набегов фаз, обусловленных его поступательным движением  $\dot{S}(f, t) = \dot{S}(f, \theta_{\text{цм}}(t) + \theta_{\text{вр}}(t))$ . При использовании метода компенса-

ции поступательного движения БО по доминирующему отражателю набор дальностных портретов (ДП)  $|\dot{S}(x, t)|$ , соответствующий ЧВХ БО, будет выровнен относительно среднего положения доминирующего локального центра рассеяния (ЛЦР). Для большинства БО доминирующим ЛЦР является носовое притупление БО. Это объясняется спецификой атмосферного спуска БО. При этом медленно меняющаяся компонента траектории движения (трека) доминирующего ЛЦР на наборе ДП, обусловленная компонентой  $\theta_{\text{цм}}(t)$ , будет отсутствовать вследствие выполнения компенсации, в то время как быстро осциллирующая компонента движения доминирующего ЛЦР должна остаться (рис. 5, слева). Тогда траектория движения второстепенного по интенсивности ЛЦР будет определяться как компонентой  $\theta_{\text{цм}}(t)$ , так и компонентой  $\theta_{\text{вр}}(t)$  ракурса наблюдения БО.

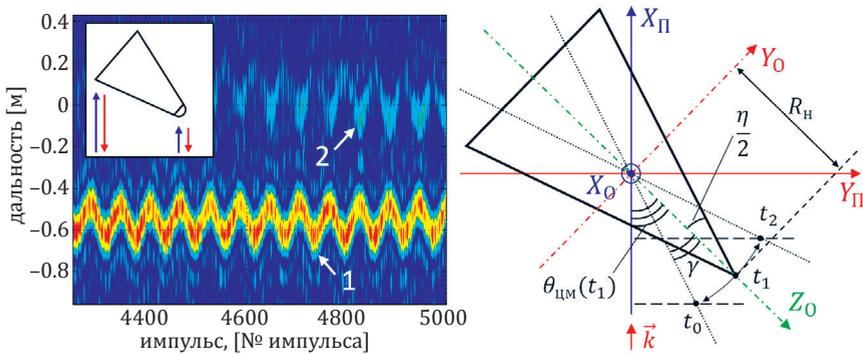


Рис. 5. Особенности радиолокационного наблюдения стабилизированного БО

Fig. 5. Features of stabilized ballistic target radar imaging

На рис. 5, слева, нижнему (более яркому) треку  $x_{\text{н}}(t)$  соответствует доминирующий ЛЦР, обусловленный рассеянием на носовом притуплении БО, а верхнему (менее яркому) треку  $x_{\text{к}}(t)$  соответствует ЛЦР, обусловленный рассеянием на ближней кромке БО. Механизмы рассеяния, возникающие при боковом наблюдении БО, приведены на левом фрагменте слева сверху.

На рис. 5, справа, черным цветом показано положение БО на момент времени  $t_1$ , привязанное к орбитальной СК БО; оси  $X_{\text{П}}$ ,  $Y_{\text{П}}$  задают портретную СК, в которой  $X_{\text{П}}$  соответствует радиальное направление,  $Y_{\text{П}}$  – поперечно-радиальное направление;  $\gamma$  – угол прецессии БО;  $\eta$  – угол конусности БО;  $R_{\text{П}}$  – радиальное расстояние от центра РЛИ (ЦМ БО) до ЛЦР, соответствующего носовому притуплению БО.

Пусть для момента времени  $t_1$  справедливо равенство  $\theta_{\Sigma}(t_1) = \theta_{\text{цм}}(t_1)$ . Тогда для предшествующего момента време-

ни  $t_0 = t_1 - T_p/4$  будет справедливо приближенное равенство  $\theta_\Sigma(t_0) \cong \theta_{\text{цм}}(t_1) - \gamma$ , а для момента времени  $t_2 = t_1 + T_p/4$  следующее  $\theta_\Sigma(t_2) \cong \theta_{\text{цм}}(t_1) + \gamma$ , где  $T_p$  – период прецессии БО, обратно пропорциональный частоте прецессии  $T_p = 1/f_p$ .

Таким образом, после выполнения компенсации поступательного движения БО по доминирующему ЛЦР, соответствующему носовому притуплению БО, траектории движения (функции сдвига) доминирующего ЛЦР на наборе ДП в соответствии с рис. 5 можно сопоставить следующий закон, характеризующий мгновенное положение ЛЦР по дальности:

$$x_H(t) = R_H \sin(\theta_{\text{цм}}(t)) \sin(\gamma) \sin(2\pi f_p t + \theta_{\text{вр0}}) + x_{\text{н0}}, \quad (20)$$

где  $x_{\text{н0}}$  – постоянная составляющая сдвига трека ЛЦР по радиальной дальности;  $\theta_{\text{вр0}}$  – начальная фаза закона вращательного движения БО.

Из выражения (20) следует, что закон изменения амплитуды гармонического трека ЛЦР определяется текущей величиной проекции ЛЦР носового притупления на координату, соответствующую радиальному направлению, а также величиной угла прецессии БО и имеет следующий вид.

$$x_H(t) = R_H \sin(\theta_{\text{цм}}(t)) \sin(\gamma). \quad (21)$$

Также из выражения (20) следует, что в этом случае закон изменения ракурса визирования, обусловленный стабилизационным вращательным движением БО имеет вид (22).

$$\theta_{\text{вр}}(t) = \theta_\Sigma(t) - \theta_{\text{цм}}(t) = \gamma \sin(2\pi f_p t + \theta_{\text{вр0}}). \quad (22)$$

В выражении (22) представленная разность  $\theta_\Sigma(t) - \theta_{\text{цм}}(t)$  имеет место вследствие компенсации той компоненты траектории движения доминирующего ЛЦР, которая обусловлена законом  $\theta_{\text{цм}}(t)$ .

Тогда задача точного оценивания вращательного движения БО сводится к оцениванию параметров стабилизационного движения:  $\gamma, f_p, \theta_{\text{вр0}}$  на основе анализа результатов измерения динамических РЛХ  $|\dot{S}(x, t)| \rightarrow \hat{\gamma}, \hat{f}_p, \hat{\theta}_{\text{вр0}}$  путем сопоставления результатов оценивания трека ЛЦР  $\hat{x}_H(t)$  и его параметрической оценки  $\hat{x}_H^p(t)$ . Данную задачу целесообразно решать следующим образом.

Первоначально на *шаге 5* необходимо оценить траекторию движения (трек) доминирующего ЛЦР  $\hat{x}_H(t)$  по набору ДП  $|\dot{S}(x, t)|$ . Оценивание  $\hat{x}_H(t)$  может быть выполнено путем применения одного из известных алгоритмов оконтуривания  $|\dot{S}(x, t)|$ , например путем поиска положения локального максимального значения  $|\dot{S}(x, t)|$ .

$$\hat{x}_H(t) = \max_x (|\dot{S}(x, t)|). \quad (23)$$

Далее на *шаге 6* по  $\hat{x}_H(t)$  производится начальная (грубая) оценка параметров  $\hat{f}_p$  и  $\hat{x}_{\text{н0}}$  трека при помощи анализа спек-

тральных составляющих функции сдвига  $\hat{x}_H(t)$ . Для этого необходимо найти спектр Фурье функции  $\hat{x}_H(t)$ . Тогда согласно свойствам преобразования Фурье значению нулевой гармоники будет соответствовать уровень постоянной составляющей функции сдвига  $|S(0)| = \hat{x}_{H0} T_{\text{обр}}$ , а отличному от нуля аргументу максимального значения спектра Фурье будет соответствовать частота прецессии БО  $\hat{f}_p$ .

Перед переходом к следующему шагу следует отметить, что оценочное значение расстояния от ЦМ БО до носового притупления  $\hat{R}_H$  может быть получено на этапе компенсации поступательного движения БО.

На *шаге 7*, имея  $\hat{R}_H$ ,  $\hat{f}_p$ ,  $\hat{x}_{H0}$ , начальные оценки оставшихся двух параметров  $\hat{\gamma}$  и  $\hat{\theta}_{\text{вр}0}$  закона движения ЛЦР, обусловленного рассеянием на носовом притуплении БО  $x_H(t)$ , могут быть найдены путем применения обобщенного преобразования Хафа [3–4].

Математический смысл обобщенного преобразования Хафа заключается в проецировании  $n$ -мерной функции на  $m$ -мерное пространство неизвестных параметров, участвующих в аналитическом описании данной функции, и последующем оценивании значений искомых параметров как значений параметров, при которых достигается максимальная величина проекции исходной функции [5]. В случае применения обобщенного преобразования Хафа в интересах оценивания неизвестных параметров стабилизационного движения БО  $n$ -мерной функцией является функция одной переменной – оценка трека доминирующего ЛЦР  $\hat{x}_H(t)$ , а  $m$ -мерным пространством параметров служит двумерное пространство  $[\hat{\gamma}, \hat{\theta}_{\text{вр}0}]$ . Дискретное пространство гипотетических значений искомых параметров  $[\hat{\gamma}_i, \hat{\theta}_{\text{вр}0j}]$  принято называть аккумулятором. Аналитической зависимостью, связывающей данные два неизвестных параметра с истинным законом трека в случае компенсации по доминирующему ЛЦР, обусловленному носовым притуплением БО  $x_H(t)$ , служит выражение (20).

Для применения обобщенного преобразования Хафа, необходимо первоначально выразить зависимость одного из искомых параметров относительно второго, используя выражение (20). Наиболее простым представляется формулирование зависимости параметра угла прецессии  $\hat{\gamma}$  через параметр начальной фазы  $\hat{\theta}_{\text{вр}0}$ :

$$\hat{\gamma} = \arcsin \left[ \frac{\hat{x}_H(t) - \hat{x}_{H0}}{R_H \sin(\theta_{\text{цм}}(t)) \sin(2\pi \hat{f}_p t + \hat{\theta}_{\text{вр}0})} \right]. \quad (24)$$

Реализация преобразования Хафа будет заключаться в последовательном переборе всех возможных дискретных значений  $\hat{\theta}_{\text{вр}0j}$  сформированного аккумулятора. Областью возможных значений для начальной фазы является  $\hat{\theta}_{\text{вр}0j} \in [0; 2\pi]$ . В ходе

перебора для каждого  $\hat{\theta}_{вр0i}$  в соответствии с выражением (24) вычисляется значение  $\hat{\gamma}$ . Далее проверяется принадлежность полученного значения области допустимых значений угла прецессии  $\hat{\gamma} \in (0; \gamma_{\max}]$ , так как большинству из гипотетических значений  $\hat{\theta}_{вр0i}$  будут соответствовать значения  $|\sin \hat{\gamma}| \geq 1$  – комплексные решения. Если решение принадлежит указанному интервалу, то ближайшее значение аккумулятора, соответствующее  $\hat{\gamma}_i$  и  $\hat{\theta}_{вр0j}$  инкрементируется, реализуя таким образом процедуру голосования.

На *шаге 8*, используя в качестве начальных полученные ранее грубые оценочные значения  $\hat{R}_H$ ,  $\hat{f}_p$ ,  $\hat{x}_{H0}$ ,  $\hat{\gamma}$ ,  $\hat{\theta}_{вр0}$ , конечные (точные) оценки указанных параметров закона движения  $x_H(t)$  могут быть найдены путем сопоставления (20) параметрической оценки  $\hat{x}_H^p(t)$  по методу наименьших квадратов (МНК). За счет инициализации начальных значений параметров стабилизационного движения на предыдущем шаге алгоритма решение по МНК быстро сходится.

После определения всех трех параметров стабилизационного движения БО:  $\hat{f}_p$ ,  $\hat{\gamma}$ ,  $\hat{\theta}_{вр0}$ , используя (22), можно найти  $\hat{\theta}_{вр}(t)$ . На этом задачу точного оценивания вращательного движения БО можно считать решенной.

Решив последовательно задачи грубого и точного оценивания ракурса наблюдения БО, получив  $\hat{\theta}_{цм}(t)$  и  $\hat{\theta}_{вр}(t)$ , можно восстановить полный закон изменения ракурса наблюдения БО  $\hat{\theta}_{\Sigma}(t)$  на интервале когерентного накопления сигнала  $t \in T_{\text{нак}}$ . Решение задачи оценивания закона изменения ракурса наблюдения БО позволяет перейти от ЧВХ к частотно-ракурсным характеристикам (ЧРХ)  $\dot{S}(f, t) \rightarrow \dot{S}(f, \psi)$ , упорядочив их по углу наблюдения. Затем упорядоченные ЧРХ можно интерполировать в интересах дальнейшего синтезирования РЛИ БО.

## Результаты моделирования

Верификация разработанного математического аппарата проводилась по результатам имитационного моделирования координатной и некоординатной информации о БО типовой конической формы с радиусом носового притупления  $r_H = 0,05$  м, радиусом скругления кромки  $r_K = 0,1$  м, высотой  $h = 1,8$  м и диаметром основания  $d = 0,6$  м. Моделирование динамических РЛХ (рис. 6, *слева*) проводилось на основе данных численного баллистического и электродинамического моделирования для фоноцелевой ситуации, когда РЛС сопровождает БО на внеатмосферном участке траектории. Типовой БО имел следующие параметры стабилизационного движения: угол прецессии  $\gamma = 5^\circ$ ; период прецессии  $T_p = 1,2$  с ( $f_p \cong 0,83$  Гц).

Расчет статических РЛХ БО был выполнен методом моментов в САПР ANSYS HFSS в диапазоне 9,5–10,5 ГГц и 0–180° (рис. 6 справа).

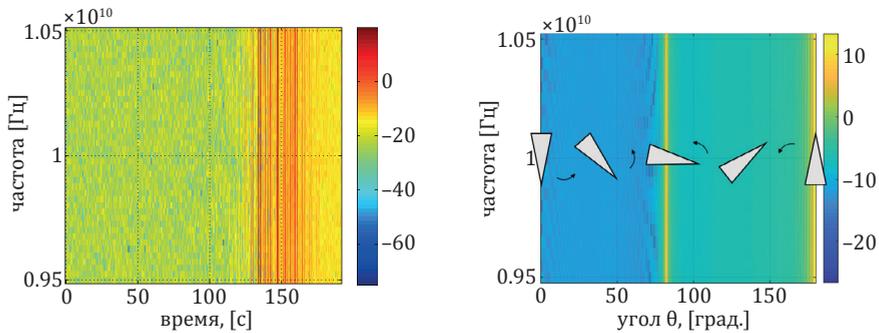


Рис. 6. Статические (слева) и динамические (справа) РЛХ типового БО  
Fig. 6. Static (left) and dynamic (right) scattering characteristic patterns

На рис. 6 справа представлены статические РЛХ – набор диаграмм обратного рассеяния БО в рабочей полосе частот РЛС (9.5...10.5 ГГц), которым соответствует линейный закон изменения ракурса визирования БО. На рис. 6 слева представлены динамические РЛХ (ЧВХ БО) – набор частотных характеристик БО, упорядоченных по времени в соответствии с законом изменения ракурса от времени на участке когерентного накопления сигнала. На рис. 6 на ЧВХ слева видно, что в районе отметки  $t = 150$  с происходит интенсивное отражение, обусловленное рассеянием на образующей конической поверхности БО, так как  $\theta_{\text{цм}}(150) \approx 90 - \eta/2$  (рис. 6, справа).

В интересах моделирования результатов первичных измерений траекторного канала, к истинным значениям  $r(t)$ ,  $V_r(t)$ ,  $\alpha(t)$ ,  $\beta(t)$  были добавлены ошибки измерений, разыгранные по нормальному закону, с нулевым математическим ожиданием (систематические ошибки отсутствуют) и следующими значениями СКО:  $\sigma_r = 10$  м;  $\sigma_{V_r} = 1$  м/с;  $\sigma_\alpha = \sigma_\beta = 0,5^\circ$ . Конечные оценки  $\hat{r}(t)$ ,  $\hat{V}_r(t)$ ,  $\hat{\alpha}(t)$ ,  $\hat{\beta}(t)$  были получены путем фильтрации первичных измерений по МНК.

Первоначально в соответствии с шагами 1–2 разработанного алгоритма, после приведения координат БО и РЛС в неподвижную СК, была решена обратная баллистическая задача. Ошибки решения приведены в табл. 1.

Таблица 1. Ошибки оценивания КЭО БО  
Table 1. Orbit Keplerian elements estimation errors

$\delta a$ , [м]	$\delta e$ , [б/р]	$\delta i$ , [град]	$\delta \Omega$ , [град]	$\delta \omega$ , [град]	$\delta t$ , [с]
942	0,0003	0,0057	0,0114	0,0114	0,5

Далее в соответствии с шагами 3–4 на основе полученных оценок КЭО была решена прямая баллистическая задача с целью определения ориентации орбитальной СК БО в неподвижной СК на каждый момент времени на интервале когерентного накопления сигнала. На рис. 7 показана траектория БО, а также приведены рассмотренные выше системы координат (в порядке от наибольшего размера к наименьшему): неподвижная, местная, орбитальная системы координат. Для оценивания ориентации орбитальной СК в неподвижной СК траектория движения БО была экстраполирована до момента  $t_{\text{атм}}$ , что наглядно показано на рис. 7, *справа*, где белым прозрачным цветом показана условная граница атмосферы.

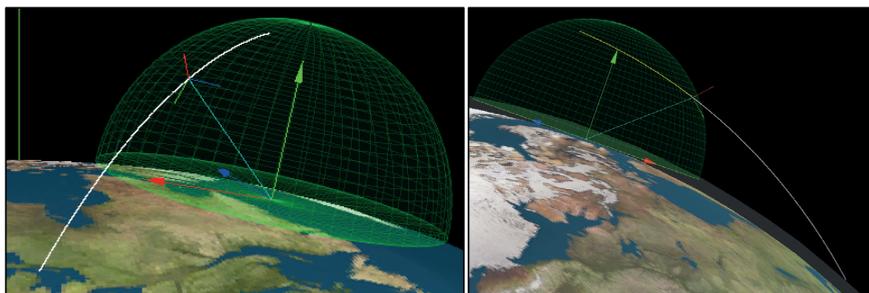


Рис. 7. Результаты решения прямой и обратной баллистических задач

Fig. 7. Direct and inverse ballistic problem solving result

Знание ориентации орбитальной СК в неподвижной СК на каждый момент времени позволило решить задачу грубого оценивания и получить искомую оценку  $\hat{\theta}_{\text{цм}}(t)$ .

Как было указано выше, точное оценивание ракурса наблюдения БО выполняется после этапа компенсации его поступательного движения, на основе анализа набора ДП  $|\dot{S}(x, t)|$ . На рис. 8, *слева*, показан набор ДП, сформированный по ЧВХ БО (см. рис. 6) на интервале времени  $0 < t < 60$  с после выполнения компенсации поступательного движения по доминирующему ЛЦР. Первоначально в соответствии с *шагом 5* оценивались траектории движения (треки) ЛЦР БО (рис. 8, *справа*).

На рис. 8 видно, что на наборе ДП с высокой точностью выделяются два трека:  $x_{\text{н}}(t)$  ЛЦР № 1 – доминирующего ЛЦР, обусловленного рассеянием на носовом притуплении БО;  $x_{\text{к}}(t)$  ЛЦР № 2 – обусловленного рассеянием на ближней кромке БО. При этом трек доминирующего ЛЦР  $x_{\text{н}}(t)$  имеет меньшую шумовую составляющую, по сравнению с треком ЛЦР № 2  $x_{\text{к}}(t)$  по причине более высокого локального отношения сигнал/шум. Следует отметить, что для БО заданной геометрической формы,

при текущих условиях наблюдения, доминирующим является ЛЦР, обусловленный рассеянием на носовом притуплении БО, в то время как при иных геометрической форме и условиях наблюдения, доминировать может другой механизм рассеяния.

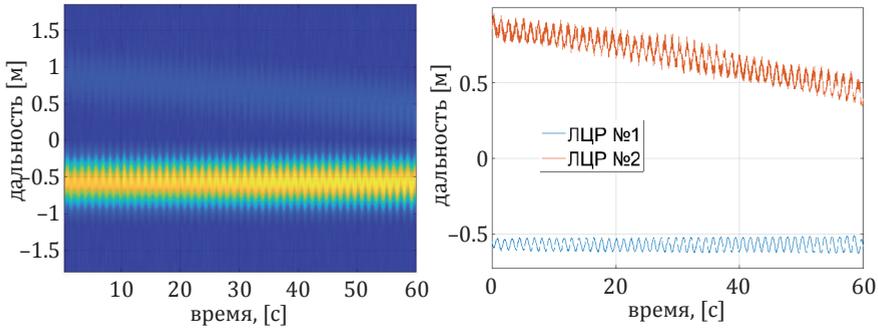


Рис. 8. Набор ДП БО (слева) и треки ЛЦР БО (справа)

Fig. 8. Ballistic target's range profiles (left) and ballistic target's scatterers tracks (right)

Далее на *шаге 6* посредством разложения функции трека  $x_H(t)$  в спектр Фурье получают оценки  $\hat{f}_p$ ,  $\hat{x}_{H0}$  (рис. 9, слева). На рис. 9 слева показан амплитудный спектр трека  $\hat{x}_H(t)$ , по которому были получены следующие оценки искомых параметров:  $\hat{f}_p = 0,832$ ,  $\hat{x}_{H0} = 0,4804$ . Постоянная  $C$  обусловлена применением окна Хэмминга для подавления боковых лепестков.

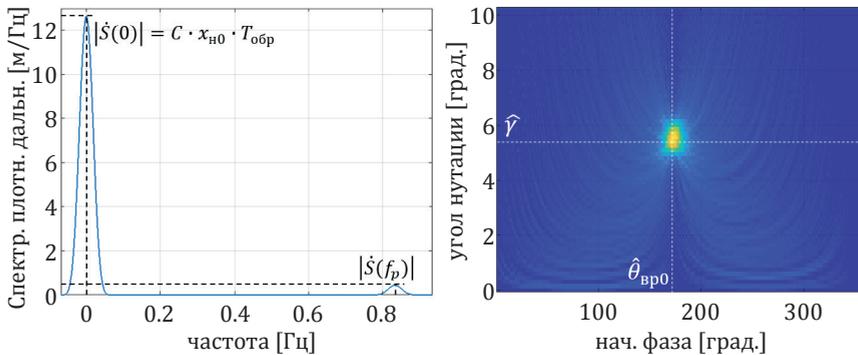


Рис. 9. Результат применения преобразований Фурье (слева) и Хафа (справа)

Fig. 9. Results of applying Fourier (left) and Hough (right) transforms

Затем на *шаге 7* оценивались  $\gamma$  и  $\theta_{вр0}$  посредством применения преобразования Хафа. Первоначально был сформирован аккумулятор размерностью  $N_{\theta_{вр0}} \times N_{\gamma} = 361 \times 261$  ( $\theta_{вр0} \in [0; 360]$  с шагом  $1^\circ$  и  $\gamma \in (0; 10]$  с шагом  $0.12^\circ$ ). Далее оценка функции

трека  $\hat{x}_H(t)$  была спроецирована на указанное пространство параметров (рис. 9, *справа*).

Максимальному значению аккумулятора на рис. 9 справа соответствуют следующие значения искомым параметров:  $\hat{\theta}_{вр0} = 3,0892$ ,  $\hat{\gamma} = 5,205$ .

На конечном *шаге* 8 начальные грубые оценки параметров трека доминирующего ЛЦР, полученные посредством применения преобразований Фурье и Хафа, уточняются путем сопоставления по МНК функции трека доминирующего ЛЦР  $x_H(t)$  ее параметрической оценки  $\hat{x}_H^p(t)$ .

Результаты точного оценивания параметров приведены в табл. 2.

**Таблица 2.** Результаты оценивания параметров трека доминирующего ЛЦР БО

**Table 2.** Prominent scatterer's track parameters estimation results

$\delta\gamma$ , [град]	$\delta f_p$ , [Гц]	$\delta x_{но}$ , [м]	$\delta\theta_{вр0}$ , [град]
0,019	0,0001	0,004	0,007

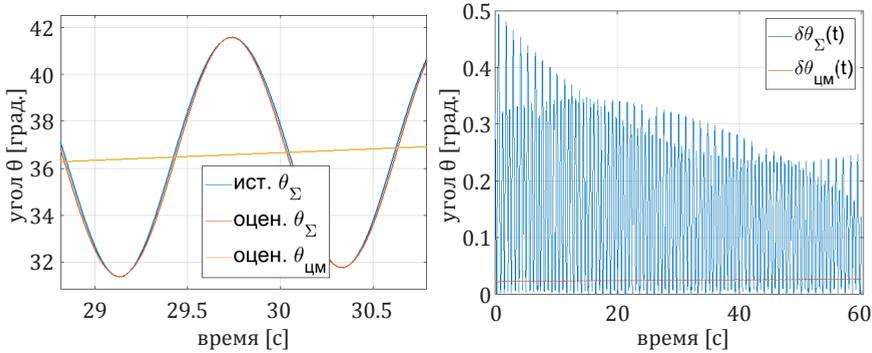
После проведения многократного имитационного моделирования было установлено, что при отношении сигнал/шум  $q > 13$  дБ в ходе грубой начальной инициализации указанных параметров посредством применения преобразований Фурье и Хафа ошибки оценивания не превышают 5 % от своих номинальных значений. После уточнения начальных оценок по МНК ошибки снижаются и не превышают величины 1 %.

Когда задача точного оценивания решена, необходимо оценить качество, с которым РЛС может решать задачу по оцениванию вращательного движения. Для этого на основе результатов грубого  $\hat{\theta}_{цм}(t)$  и точного оценивания  $\hat{\theta}_{вр}(t)$  вращательного движения БО необходимо сформировать оценку полного закона вращательного движения БО  $\hat{\theta}_{\Sigma}(t)$ . Результат и ошибки восстановления полного закона вращательного движения  $\hat{\theta}_{\Sigma}(t)$  представлены на рис. 10.

Видно, что оценка закона изменения ракурса БО является достаточно точной для дальнейшей обработки РЛХ БО в интересах синтеза его РЛИ. Среднеквадратическая норма погрешности восстановления полного закона вращательного движения БО составила 0,1593°.

Также видно, что суммарная ошибка в малой степени обусловлена ошибками восстановления компоненты  $\theta_{цм}(t)$ , вследствие достаточно точного оценивания КЭО БО, и в основном определяется ошибкой оценивания закона  $\hat{\theta}_{вр}(t)$ . Это объясняется, главным образом, допущением о неподвижности ЛЦР, обусловленного носовым притуплением БО при достаточно боль-

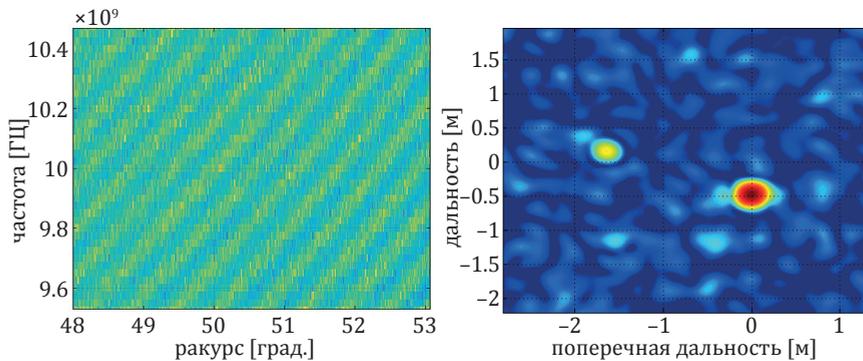
пом значении  $r_H = 0,05$  м. В действительности указанный ЛЦР мигрирует по поверхности носовой сферы тем больше, чем больше радиус носового скругления БО. Для учета данной особенности, при больших значениях  $r_H$  выражение (20) для  $x_H(t)$  необходимо видоизменить [6].



**Рис. 10.** Результаты (слева) и ошибки (справа) восстановления закона изменения ракурса

**Fig. 10.** Results (left) and errors (right) of ballistic object's viewing angle law estimation

В заключение, после восстановления полного закона изменения ракурса наблюдения БО  $\theta_\Sigma(t)$ , может быть проведено преобразование ЧРХ к линейному закону изменения ракурса (рис. 11, слева) в интересах синтезирования сфокусированного РЛИ БО (рис. 11, справа).



**Рис. 11.** Преобразованная ЧРХ БО (слева) и сфокусированное РЛИ БО (справа)

**Fig. 11.** Transformed frequency-angle scattering characteristics and focused radar image

На рис. 11 видно, что модуляция РЛХ, обусловленная законом стабилизационного вращательного движения БО отсутствует и ЧРХ упорядочены в соответствии с линейным изме-

нения ракурса наблюдения. РЛИ, синтезированное по преобразованным ЧРХ БО, является сфокусированным. На РЛИ разрешаются два выше названных ЛЦР. Зная значение центрального ракурса синтезирования, можно восстановить параметры геометрической формы БО: угол конусности, высоту, длину образующей и диаметр основания.

## Заключение

Таким образом, высокоинформативные РЛС обладают потенциальной возможностью по оцениванию параметров стабилизационного движения БО: частоты и угла прецессии с ошибками, не превышающими 1 % от их истинных значений. Это позволяет им восстановить закон вращательного движения БО со среднеквадратичной погрешностью оценивания порядка 0,15 град. для типовых значений угла и частоты прецессии и отношения сигнал/шум.

По результатам оценивания закона вращательного движения БО существует возможность трансформации ЧРХ БО в порядке линейного возрастания угла синтезируемой апертуры в интересах дальнейшего синтезирования двумерных сфокусированных РЛИ БО методом инверсного синтезирования апертуры в интересах восстановления их геометрической формы и выявления дополнительных признаков для решения задач распознавания, селекции.

## Список литературы

1. Разоренов Г.Н., Бахрамов Э.А., Титов Ю.Ф. *Системы управления летательными аппаратами (баллистическими ракетами и их головными частями)*. М.: Машиностроение; 2003.
2. Власов С.А., Мамон П.А. *Теория полета космических аппаратов*. СПб.: Военно-космическая академия им. А.Ф. Можайского; 2003.
3. Luo, Y., Zhang Q., Qiu C., Liang X., Li K. Micro-Doppler effect analysis and feature extraction in ISAR imaging with stepped-frequency chirp signals. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*. 2010;48(4):2087–2098,. DOI: 10.1109/TGRS.2009.2034367
4. Xiaoyi P., Wang W., Liu J., Feng D., Liu Y., Wang G. Features extraction of rotationally symmetric ballistic targets based on micro-doppler. *Progress In Electromagnetics Research*, 2013;137:727–740. DOI: 10.2528/PIER13020110
5. Ballard D. H. Generalizing the Hough transform to detect arbitrary shapes. *Pattern Recognition*. 1981;13(2):111–122. DOI: 10.1016/0031-3203(81)90009-1
6. Ma L., Liu J., Wang T., Li Y., Wang X. Micro-Doppler characteristics of sliding-type scattering center on rotationally symmetric target. *Science China Information sciences*. 2011;54(9)1957–1967. DOI: 10.1007/s11432-011-4254-3

## References

1. Razorenov G. N., Bahramov E. A., Titov Y. F. *Flight control systems (ballistic rockets and warhead)*. Moscow: Mashinostroenie; 2003. (In Russ.)
2. Vlasov S. A., Mamon P. A. *Satellite's flight theory*. St Petersburg: Mozhaysky's space military academy; 2003. (In Russ.)
3. Luo, Y., Zhang Q., Qiu C., Liang X., Li K. Micro-Doppler effect analysis and feature extraction in ISAR imaging with stepped-frequency chirp signals. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*. 2010;48(4):2087–2098,. DOI: 10.1109/TGRS.2009.2034367
4. Xiaoyi P., Wang W., Liu J., Feng D., Liu Y., Wang G. Features extraction of rotationally symmetric ballistic targets based on micro-doppler. *Progress In Electromagnetics Research*, 2013;137:727–740. DOI: 10.2528/PIER13020110
5. Ballard D. H. Generalizing the Hough transform to detect arbitrary shapes. *Pattern Recognition*. 1981;13(2):111–122. DOI: 10.1016/0031-3203(81)90009-1
6. Ma L., Liu J., Wang T., Li Y., Wang X. Micro-Doppler characteristics of sliding-type scattering center on rotationally symmetric target. *Science China Information sciences*. 2011;54(9)1957–1967. DOI: 10.1007/s11432-011-4254-3

## Информация об авторах

**Галеницкий Анатолий Валерьевич**, начальник отдела, Военно-космическая академия им. А. Ф. Можайского, 197198, г. Санкт-Петербург, ул. Ждановская, 13.

**Казанцев Александр Александрович**, начальник лаборатории – старший научный сотрудник, Военно-космическая академия им. А. Ф. Можайского, 197198, г. Санкт-Петербург, ул. Ждановская, д. 13.

**Тютюкин Александр Евгеньевич**, старший научный сотрудник лаборатории, Военно-космическая академия им. А. Ф. Можайского, 197198, г. Санкт-Петербург, ул. Ждановская, 13.

## Information about the authors

**Anatoly V. Galenitsky**, Head of Department, Mozhaysky Space-military Academy, 13 Zhdanovsky Str., Saint-Petersburg, 197198, Russia.

**Alexandr A. Kazantsev**, Head of Laboratory – Senior Researcher, Mozhaysky Space-military Academy, 13 Zhdanovsky Str., Saint-Petersburg, 197198, Russia.

**Alexandr E. Tyutyukin**, Candidate of Technical Science, Senior Researcher, Mozhaysky Space-military Academy, 13 Zhdanovsky Str., Saint-Petersburg, 197198, Russia.

Поступила / Received: 30.07.2019

Принята в печать / Accepted: 10.10.2019