

Оригинальная статья / Original Paper

DOI 10.15826/urej.2022.6.2.005

УДК 621.396.6

Исследование методов расчета матриц рассеяния аналоговых трактов активных фазированных антенных решеток

К. Д. Зайков✉, **А. С. Аникин**, **К. А. Ярков**

Томский государственный университет систем управления и радиоэлектроники, Россия 634050, г. Томск, пр. Ленина, 40

✉ kirill.d.zaikov@tusur.ru

Аннотация

В статье приведен анализ существующих методов и алгоритмов расчета каскадного соединения матриц рассеяния. В работе рассматривались три метода: метод блочных S-матриц, метод блочных T-матриц, метод свободных и связанных портов. Было проведено исследование точности и вычислительной сложности методов, что позволило определить оптимальный метод расчета каскадного соединения матриц рассеяния по критерию наименьшей вычислительной сложности и наибольшей точности.

Ключевые слова

активная фазированная антенная решетка, приемопередатчик, аналоговый тракт, матрица рассеяния, алгоритмы расчета каскадного соединения матриц рассеяния, точность алгоритмов, вычислительная сложность алгоритмов

Для цитирования

Зайков К. Д., Аникин А. С., Ярков К. А. Исследование методов расчета матриц рассеяния аналоговых трактов активных фазированных антенных решеток. *Ural Radio Engineering Journal*. 2022;6(2):205–221. DOI: 10.15826/urej.2022.6.2.005.

Methods for calculating scattering matrices of analog path of active phased array antennas

K. D. Zaikov✉, **A. S. Anikin**, **K. A. Yarkov**

Tomsk State University of Control System and Radio Electronics, 40 Lenin st., Tomsk, 634009, Russia

✉ kirill.d.zaikov@tusur.ru

Abstract

The paper is devoted to determining the optimal method for calculating the cascade connection of scattering matrices according to the criterion of the least computational complexity and the highest accuracy. The analysis is carried out for several methods: the block N-matrices method, the block

© Зайков К. Д., Аникин А. С., Ярков К. А., 2022

T-matrices method, and the method of free and coupled ports. The article presents a numerical analysis of the accuracy of the presented methods, as well as numerical indicators of computational complexity.

Keywords

active phased array antenna, transceiver, analog path, scatter matrix, algorithms for calculating the cascade connection of scatter matrices, accuracy of algorithms, computational complexity of algorithms

For citation

Zaikov K. D., Anikin A. S., Yarkov K. A. Methods for calculating scattering matrices of analog path of active phased array antennas. *Ural Radio Engineering Journal*. 2022;6(2):205–221. (In Russ.) DOI: 10.15826/urej.2022.6.2.005.

Введение

При создании перспективных радиолокационных систем с активной фазированной антенной решеткой (АФАР) возникает задача моделирования ожидаемых характеристик при заданных технических параметрах к ее отдельным составным частям. Современные САПР успешно применяются для разработки отдельных составных частей АФАР. Однако использование современных САПР для анализа характеристик АФАР после соединения отдельных составных частей (СВЧ-модулей) в детерминированном и стохастическом смыслах затруднительно. Обычно в современных инженерных расчетах и САПР погрешности расчета матриц рассеяния аналоговых трактов не учитываются даже при детерминированном анализе направленных характеристик АФАР. Проблема усугубляется тем, что в современных САПР крайне редко нормируются или совсем отсутствуют сведения о точности расчета характеристик проектируемых устройств.

В связи с этим возникает неопределенность относительно требований к точности задания исходных данных в моделях САПР, а также результирующей погрешности расчета характеристик проектируемых устройств. В частности, для АФАР на форму диаграммы направленности влияет не только структура антенной решетки и характеристики антенных элементов, но и параметры приемо-передающих трактов. Поэтому оценить точность формы диаграммы направленности АФАР в области боковых лепестков (или нулей) из-за погрешности расчета матрицы рассеяния аналоговых блоков в настоящий момент не представляется возможным.

В этих условиях отсутствуют основания для обоснованного стохастического анализа направленных характеристик АФАР. Подходы и методы для оценки статистических характеристик направленных характеристик в настоящий момент не обнаружены. Решение поставленных задач восполнит недостатки сов-

ременных САПР в части расчета и анализа матриц рассеяния аналоговых трактов в составе АФАР.

В открытой и доступной литературе в области СВЧ-устройств отмечаются, в основном, подходы и методы к расчету матриц рассеяния каскадов двух или четырехпортовых аналоговых блоков. В более редких случаях при произвольном количестве портов подходы обычно ограничиваются методами Т-матриц, для которых характерны известные ограничения. К сожалению, в известной литературе не найдены критерии к оценке точности и эффективности методов оценки матриц рассеяния, а тем более результаты оценки точности, не говоря уже о сравнительном анализе методов. Кроме того, не обнаружены алгоритмы для оценки статистических характеристик матриц рассеяния и анализа данных методов с целью определения оптимального метода расчета матриц рассеяния применительно к стохастическому анализу направленных характеристик активных фазированных антенных решеток.

Целью данной статьи является исследование точности и эффективности методов оценки матрицы рассеяния каскадного соединения аналоговых блоков для выделения оптимального метода расчета по критерию наименьшей вычислительной сложности и наибольшей точности. Полученные результаты в дальнейшем будут использованы для стохастического анализа направленных характеристик АФАР.

1. Анализ существующих методов и алгоритмов расчета матриц рассеяния

Для описания устройств СВЧ принято использовать матрицы параметров. Наиболее универсальной и удобной для характеристики СВЧ устройств является матрица рассеяния (S). Данная матрица связывает входные и выходные порты устройства и получается путем описания реакции устройства на единичные воздействия в виде падающих волн.

При моделировании приемопередающих трактов необходимо знать результирующую матрицу рассеяния во всем диапазоне интересующих частот. Это позволит оценить взаимное влияние элементов тракта, а также влияние неравномерности частотной характеристики в полосе пропускания.

Возможности современных САПР

Рассмотрим возможности современных САПР в отношении расчета результирующей матрицы рассеяния по известным матрицам рассеяния соединения СВЧ-устройств. Матрицы рассеяния n -портовых СВЧ-устройств, как правило, предварительно измеряются и загружаются в САПР в виде *snr*-файлов (файлы *TOUCHSTONE*).

Matlab. Результирующая матрица рассеяния средствами Matlab рассчитывается только для каскадного соединения четырехполюсников. Исходные матрицы рассеяния преобразуются в ABCD-матрицу и перемножаются. Затем выполняется обратный переход от ABCD-матрицы к матрице рассеяния [1]. Однако этот метод имеет следующие ограничения:

- матрицы рассеяния n -портовых СВЧ-устройств должны быть размером $2n \times 2n$ [1];
- блочная-матрица рассеяния $S_{\beta\beta}$ (см. формулу (1)) должна быть невырожденной [2].

Qucs. Результирующая матрица рассеяния средствами Qucs рассчитывается методом последовательного расчета падающих и отраженных волн [3]. Предположим, исследуется двухпортовое устройство. Для получения результирующей матрицы рассеяния к портам устройства подключаются генераторы с сопротивлением Z_0 . С помощью выражений падающих a и отраженных b волн при фиксированном напряжении одного источника фиксируются токи и напряжения на входах портов устройства. Затем вычисляются все параметры рассеяния, относительно этого источника.

Для других известных САПР (AWR Design Environment, CST Studio Suite, Advanced Design System (ADS) и SystemVue от Keysight) описания используемых методов расчета результирующей матрицы рассеяния отсутствуют.

Поскольку алгоритмы, используемые в САПР, отсутствуют в общем доступе, рассмотрим методы расчета матрицы рассеяния в виде аналитических выражений.

Алгоритм расчета результирующей матрицы рассеяния методом блочных S-матриц

Наиболее распространенный метод каскадирования, рассматриваемый в литературе, метод блочных S-матриц.

Для описания данного метода представим обобщенную схему каскадного соединения двух многополюсников на рис 1. Каждый из многополюсников имеет группу входов, не участвующих в соединении (у первого многополюсника число таких входов равно M , у второго N), и группу соединяемых входов, число которых равно P , см. рис. 1. Такое представление матриц называется блочным [4; 5].

Для определения результирующей матрицы рассеяния соединения многополюсников необходимо применять определенную нумерацию входов. У многополюсника I нумеруются сначала все свободные M входов (группа входов α), а затем P выходов этого многополюсника, участвующих в соединении (группа вхо-

дов β). У многополюсника II нумеруются сначала P входных, участвующих в соединении (аналогично порядку выходных портов многополюсника I), а затем N свободных выходных портов (группа входов γ).

Используя указанную нумерацию матрицы S^I и S^{II} можно разделить на четыре блока:

$$S^I = \begin{bmatrix} S_{\alpha\alpha} & S_{\alpha\beta} \\ S_{\beta\alpha} & S_{\beta\beta}^I \end{bmatrix} \quad S^{II} = \begin{bmatrix} S_{\beta\beta}^{II} & S_{\beta\gamma} \\ S_{\gamma\beta} & S_{\gamma\gamma} \end{bmatrix}, \quad (1)$$

где $S_{\alpha\alpha}$ и $S_{\beta\beta}^{II}$ – блочные матрицы, описывающие развязку входных портов первого и второго многополюсника, соответственно; $S_{\beta\alpha}$ и $S_{\gamma\beta}$ – блочные матрицы, описывающие прямую передачу (от входа к выходу) портов первого и второго многополюсника, соответственно; $S_{\alpha\beta}$ и $S_{\beta\gamma}$ – блочные матрицы, описывающие обратную передачу (от выхода к входу) портов первого и второго многополюсника, соответственно; $S_{\beta\beta}^I$ и $S_{\gamma\gamma}$ – блочные матрицы, описывающие развязку выходных портов первого и второго многополюсника, соответственно.

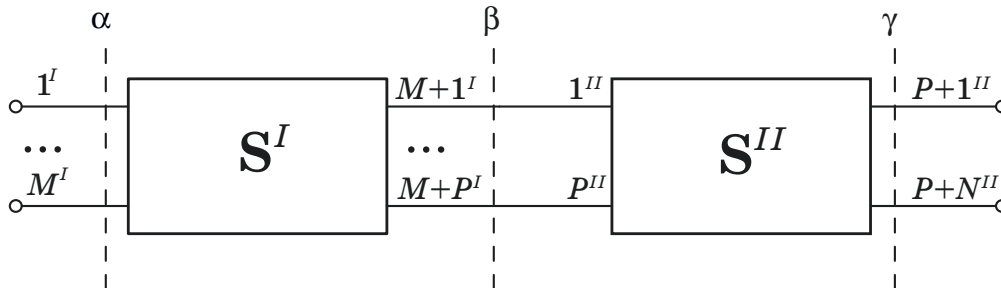


Рис. 1. Обобщенная структурная схема каскадного соединения двух многополюсников

Fig. 1. Generalized block diagram of a cascade connection of two multipoles

Тогда результирующая блочная матрица рассеяния будет представлена в виде

$$S^\Sigma = \begin{bmatrix} S_{\alpha\alpha}^\Sigma & S_{\alpha\gamma}^\Sigma \\ S_{\gamma\alpha}^\Sigma & S_{\gamma\gamma}^\Sigma \end{bmatrix},$$

где блочные матрицы будут вычисляться по формулам [4]:

$$\begin{aligned} S_{\alpha\alpha}^\Sigma &= S_{\alpha\alpha} + S_{\alpha\beta} (\mathbf{E} - S_{\beta\beta}^{II} S_{\beta\beta}^I)^{-1} S_{\beta\beta}^{II} S_{\beta\alpha}; \\ S_{\alpha\gamma}^\Sigma &= S_{\alpha\beta} (\mathbf{E} - S_{\beta\beta}^{II} S_{\beta\beta}^I)^{-1} S_{\beta\gamma}; \\ S_{\gamma\alpha}^\Sigma &= S_{\gamma\beta} (\mathbf{E} - S_{\beta\beta}^I S_{\beta\beta}^{II})^{-1} S_{\beta\alpha}; \\ S_{\gamma\gamma}^\Sigma &= S_{\gamma\gamma} + S_{\gamma\beta} (\mathbf{E} - S_{\beta\beta}^I S_{\beta\beta}^{II})^{-1} S_{\beta\beta}^I S_{\beta\gamma}, \end{aligned} \quad (2)$$

где \mathbf{E} – единичная матрица.

К недостатку метода следует отнести необходимость вычисления обратной матрицы. Условием применения метода являются: попарно соединяемые входы n -полюсников должны принадлежать одной фазовой плоскости; исходные матрицы рассеяния должны быть хорошо обусловлены и для каждого n -полюсника измерены в условиях отражений от портов измерителей.

Алгоритм расчета методом оптимизации блочных S -матриц

Существует метод, который упрощает метод блочных S -параметров. В данном методе исключен расчет обратной матрицы. Сам метод предложен Б.А. Мишустиним. в работе [6]. Метод основан на предположении – любое сложное устройство (многополюсник) можно представить в виде различных соединений восьмиполюсников (см. рис. 2 а).

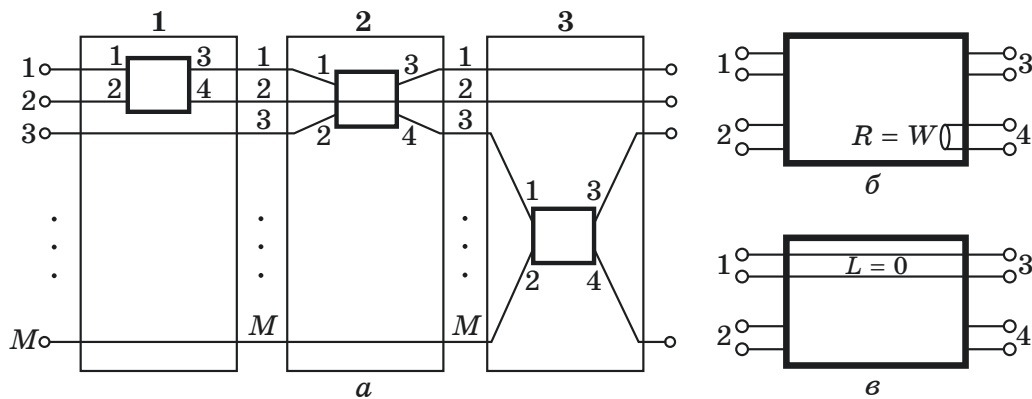


Рис. 2. Представление эквивалентной схемы устройства в виде соединения однотипных каскадов и вспомогательные преобразования

Fig. 2. Representation of the equivalent circuit of a device in the form of a connection of the same type of cascades and auxiliary transformations

В результате расчет блочных матриц результирующего устройства по формулам (2), представленных в виде матриц, упрощается и приводится к уравнениям алгебраического вида.

Если используется трехпортовое устройство, преобразование к восьмиполюснику проводится либо с помощью добавления еще одного порта, который подключен к согласованной нагрузке, либо через добавления линии связи нулевой длины (см. рис. 2 б и в).

К недостатку метода следует отнести избыточность расчетов, если требуется учесть все взаимные влияния между портами устройства. Условием применения метода являются: попарно соединяемые входы n -полюсников должны принадлежать одной фазовой плоскости; исходные матрицы рассеяния должны быть хорошо обусловлены и для каждого n -полюсника измерены в условиях отражений от портов измерителей.

Поскольку преобладающее большинство разрабатываемых АФАР имеет большое количество аналоговых каналов [7; 8], применение данного метода не целесообразно.

Алгоритм расчета результирующей матрицы рассеяния методом блочных T-матриц

Основное достоинство использование T-матриц – это простота вычисления результирующей матрицы при каскадном соединении многополюсников, которая сводится к перемножению блочных T-матриц.

Векторные анализаторы цепей обычно измеряют S-матрицу рассеивания, поэтому необходимо воспользоваться формулой перехода от S- к T-матрицам.

Обобщенной формулы для перехода не существует, рассматривается только случай с равным количеством входов и выходов ($4n$ – полюсники). При этом представление T-матриц будет также блочным, сами формулы перехода имеют вид [9]:

$$\mathbf{T} = \begin{bmatrix} \mathbf{S}_{\beta\alpha}^{-1} & -\mathbf{S}_{\beta\alpha}^{-1}\mathbf{S}_{\beta\beta} \\ \mathbf{S}_{\alpha\alpha}\mathbf{S}_{\beta\alpha}^{-1} & \mathbf{S}_{\alpha\beta} - \mathbf{S}_{\alpha\alpha}\mathbf{S}_{\beta\alpha}^{-1}\mathbf{S}_{\beta\beta} \end{bmatrix}.$$

После перемножения блочных T-матриц многополюсников необходимо снова вернуться к S-матрице. Для этого воспользуемся формула обратного перехода [9]:

$$\mathbf{S} = \begin{bmatrix} \mathbf{T}_{\beta\alpha}\mathbf{T}_{\alpha\alpha}^{-1} & \mathbf{T}_{\beta\beta} - \mathbf{T}_{\beta\alpha}\mathbf{T}_{\alpha\alpha}^{-1}\mathbf{T}_{\alpha\beta} \\ \mathbf{T}_{\alpha\alpha}^{-1} & \mathbf{T}_{\alpha\alpha}\mathbf{T}_{\alpha\beta}^{-1} \end{bmatrix}.$$

К недостатку метода следует также отнести необходимость вычисления обратной матрицы. Однако в отличие от предыдущего метода, обратная матрица берется от исходных S-матриц.

Условием применения метода являются: попарно соединяемые входы n -полюсников должны принадлежать одной фазовой плоскости; исходные матрицы рассеяния должны быть хорошо обусловлены и для каждого n -полюсника измерены в условиях отражений от портов измерителей.

Для применения метода блочных T-матриц к многополюсникам с различным количеством входных и выходных портов необходимо вводить дополнительные нулевые строки и столбцы.

Алгоритм расчета результирующей матрицы рассеяния методом свободных и связанных плеч

Метод свободных и связанных плеч при расчете матрицы рассеяния заключается в составлении системы линейных алгебраических уравнений и последующим решением системы [10]. Далее метод свободных и связанных плеч будем

сокращенно указывать как метод ССП. Свободными называются порты (плечи), к которым подключаются внешние по отношению к смежным многополюсникам блоки (источники сигналов, нагрузка, другие каскады и т.д.). Связанными являются плечи (порты) смежных многополюсников. Для примера на рис. 3 показано каскадное соединение четырехпортовых устройств. Свободные плечи (порты) пронумерованы как 1–4, а связанные плечи как 5–8. Нумерация портов производится следующим образом: сначала нумеруются свободные плечи устройства, начиная с входа итогового устройства, далее продолжается нумерация связанных плеч от первого устройства ко второму (рис. 3).

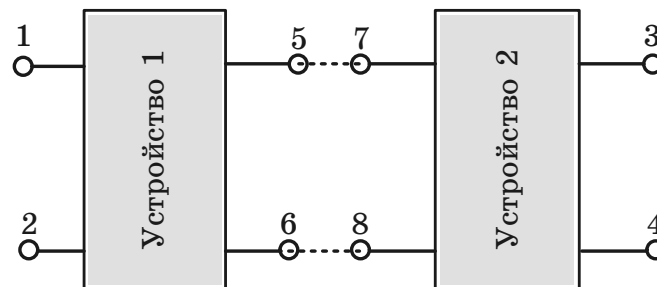


Рис. 3. Пример нумерации связанных и свободных плеч (портов) многополюсников

Fig. 3. An example of the numbering of connected and free arms (ports) of multipoles

Согласно методу ССП матрицы рассеяния двух смежных многополюсников записываются в следующем виде [10]:

$$\mathbf{S} = \begin{bmatrix} \mathbf{S}_{cc} & \mathbf{S}_{cb} \\ \mathbf{S}_{bc} & \mathbf{S}_{bb} \end{bmatrix},$$

где индексы c и b соответствуют свободным и связанным плечам.

Тогда результирующая матрица рассеяния определяется из следующего соотношения [10]:

$$\mathbf{S}_{\Sigma} = \mathbf{S}_{cc} + \mathbf{S}_{cb} (\mathbf{E}_1 - \mathbf{S}_{bb})^{-1} \mathbf{S}_{bc},$$

где \mathbf{E}_1 – матрица, единственными ненулевыми элементами которой являются единицы, стоящие вне главной диагонали на пересечении строк и столбцов, соответствующих парам связанных плеч.

Условием применения метода являются: попарно соединяемые входы n -полюсников должны принадлежать одной фазовой плоскости; исходные матрицы рассеяния должны быть хорошо обусловлены и для каждого n -полюсника измерены в условиях отражений от портов измерителей.

2. Исследование точности и эффективности существующих методов

Для прямых (точных) методов обращения матриц точность указанных методов расчета результирующей матрицы рассеяния ограничивается:

- погрешностью элементов исходных блочных матриц рассеяния в результате их измерения, расчета или моделирования;
- обусловленностью и нормой исходных блочных матриц рассеяния.

В этом случае точность метода расчета результирующей матрицы рассеяния характеризуется относительной погрешностью:

$$\varepsilon(\mathbf{S}^\Sigma, \Delta\mathbf{S}^\Sigma) = \frac{\|(\mathbf{S}^\Sigma + \Delta\mathbf{S}^\Sigma)^{-1} - (\mathbf{S}^\Sigma)^{-1}\|}{\|(\mathbf{S}^\Sigma)^{-1}\|}, \quad (3)$$

где $\Delta\mathbf{S}^\Sigma$ – абсолютная погрешность расчета результирующей матрицы рассеяния.

Относительная погрешность расчета результирующей матрицы рассеяния $\varepsilon(\mathbf{S}^\Sigma, \Delta\mathbf{S}^\Sigma)$ согласно (3) определяется относительной погрешностью обращения матриц.

Относительная погрешность $\varepsilon(\mathbf{A}, \Delta\mathbf{A})$ обращения матрицы \mathbf{A} не превышает максимальной (см. формулу (4)).

$$\varepsilon(\mathbf{A}, \Delta\mathbf{A}) < \varepsilon_{\max}(\mathbf{A}, \Delta\mathbf{A}), \quad (4)$$

где $\Delta\mathbf{A}$ – возмущение матрицы \mathbf{A} , вызванная погрешностями измерения, расчета или моделирования S -параметров;

$$\varepsilon(\mathbf{A}, \Delta\mathbf{A}) = \frac{\|(\mathbf{A} + \Delta\mathbf{A})^{-1} - \mathbf{A}^{-1}\|}{\|\mathbf{A}^{-1}\|} -$$

относительная погрешность обращения матрицы \mathbf{A} ;

$$\varepsilon_{\max}(\mathbf{A}, \Delta\mathbf{A}) = \text{cond}(\mathbf{A}) \cdot \frac{\|\Delta\mathbf{A}\|}{\|\mathbf{A}\|} -$$

максимальная относительная погрешность обращения матрицы \mathbf{A} ; $\text{cond}(\mathbf{A})$ – операция расчета числа обусловленности.

Аналитические выражения для расчета погрешности результирующей матрицы рассеяния на основе (3), (4) с помощью методов представленных ранее достаточно громоздки и неочевидны для анализа.

Кроме того, формулы расчета абсолютных и относительных погрешностей методов при конкретных значениях возмущений элементов исходных матриц рассеяния оказываются еще более громоздкими и могут быть записаны только для определенных размерностей обрабатываемых матриц. Поэтому точность указанных методов целесообразно оценивать методом статистических

испытаний как чувствительность результатов расчета к возмущениям элементов исходных матриц рассеяния.

Для определения чувствительности методов к возмущениям элементов исходных матриц рассеяния рассмотрим два варианта каскадного соединения устройств: четырехполюсников и восьмиполюсников (рис. 4). Значения элементов матриц рассеяния взяты для примера.

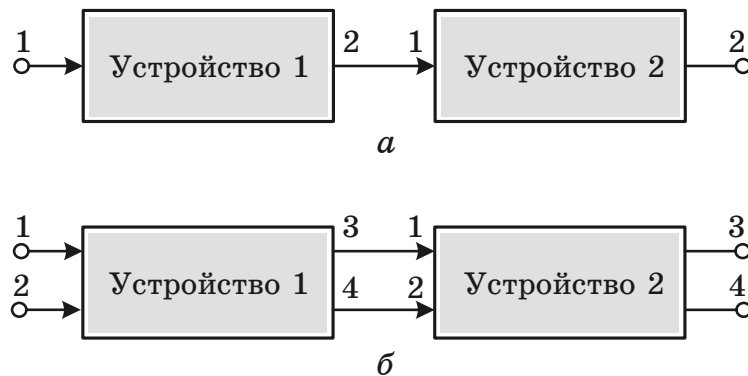


Рис. 4. Примеры каскадного соединения четырехполюсников и восьмиполюсников

Fig. 4. An examples of cascade connection of four-pole and eight-pole

Первый вариант. Значения элементов исходных матрицы рассеяния четырехполюсников для примера заданы следующим образом:

$$\mathbf{S}^I = \begin{bmatrix} -30 & -0,5 \\ -0,5 & -30 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{S}^{II} = \begin{bmatrix} -22 & -10 \\ 10 & -22 \end{bmatrix},$$

причем значения модулей элементов матриц рассеяния даны в дБ.

Результирующая матрица рассеяния для любого из указанных в главе 1 методов имеет следующий вид:

$$\mathbf{S}^\Sigma = \begin{bmatrix} -19,777 & -10,478 \\ 9,522 & -19,083 \end{bmatrix}.$$

Возмущения элементов исходных матрицы рассеяния четырехполюсников задавались следующим образом:

$$\mathbf{S}^I = \begin{bmatrix} -30 + \Delta \mathbf{S}_1^I & -0,5 + \Delta \mathbf{S}_2^I \\ -0,5 + \Delta \mathbf{S}_3^I & -30 + \Delta \mathbf{S}_4^I \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{S}^{II} = \begin{bmatrix} -22 + \Delta \mathbf{S}_1^{II} & -10 + \Delta \mathbf{S}_2^{II} \\ 10 + \Delta \mathbf{S}_3^{II} & -22 + \Delta \mathbf{S}_4^{II} \end{bmatrix},$$

где $\Delta \mathbf{S}^{I, II}_i$ – возмущение (ошибка) i -го элемента матрицы рассеяния I или II .

Чувствительность методов к возмущениям элементов исходных матриц рассеяния методом статистических испытаний выполнялась путем генерирования независимых случайных значений ΔS_i для каждого четырехполюсника в серии из 1000 опытов. Случайные значения ΔS_i подчинялись нормальному распределению с нулевым математическим ожиданием и среднеквадратическим отклонением σ , которое задавалось в относительных единицах ($\sigma_{\text{дБ}}$) как:

$$\sigma = 10^{\frac{\sigma_{\text{дБ}}}{20}}.$$

Для каждого опыта устанавливалось среднеквадратическое отклонение $\sigma_{\text{дБ}}$. По серии опытов $\sigma_{\text{дБ}}$ изменялось от -40 дБ до -10 дБ с шагом 10 дБ. Для каждой серии опытов по каждому элементу матрицы результирующей матрицы рассеяния формировалась выборка. Чувствительность элементов матриц рассеяния оценивалась по результатам расчета статистической характеристики $m_{S_{ij}}$ и относительной погрешности δS_{ij} согласно выражениям (5) и (6):

$$m_{S_{ij}} = \frac{\sum_{k=1}^N S_{ij}^k}{N}; \quad (5)$$

$$\delta S_{ij} = \frac{S_{ij} - m_{S_{ij}}}{S_{ij}} \cdot 100\%, \quad (6)$$

где S_{ij} – элемент результирующей матрицы рассеяния в отсутствии возмущений.

Предварительные расчеты показали, что относительная и среднеквадратическая погрешность для методов из раздела 1 в случае четырехполюсников одинакова. Результаты оценки относительной погрешности элементов матриц рассеяния из-за возмущения элементов исходных матриц рассеяния четырехполюсников приведены в табл. 1.

Таблица 1. Относительная погрешность элементов результирующей матрицы рассеяния из-за возмущения элементов исходных матриц четырехполюсников (в процентах)

Table 1. Relative error of the elements of the resulting scattering matrix due to the perturbation of the elements of the original matrices of the quadripoles (in percent)

σ , дБ	S_{11}	S_{12}	S_{21}	S_{22}
-40	0,499	0,006	0,072	0,061
-30	0,900	0,368	0,015	1,204
-20	5,088	0,030	0,144	5,945
-10	20,480	1,127	0,315	39,407

Второй вариант. Значения элементов исходных матрицы рассеяния восьмиполюсников для примера заданы следующим образом:

$$\mathbf{S}^I = \begin{bmatrix} -30 & -15 & -0,5 & -15 \\ -15 & -30 & -15 & -0,5 \\ -0,5 & -15 & -30 & -15 \\ -15 & -0,5 & -15 & -30 \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{S}^{II} = \begin{bmatrix} -22 & -11 & -10 & -15 \\ -11 & -22 & -15 & -10 \\ 10 & -15 & -22 & -11 \\ -15 & 10 & -11 & -22 \end{bmatrix},$$

причем значения модулей элементов матриц рассеяния даны в дБ.

Результирующая матрица рассеяния для любого из указанных методов имеет следующий вид:

$$\mathbf{S}^\Sigma = \begin{bmatrix} -13,295 & -6,285 & -9,009 & -12,21 \\ -6,285 & -13,295 & -12,21 & -9,009 \\ 10,117 & -1,425 & -12,568 & -6,022 \\ -1,425 & 10,117 & -6,022 & -12,568 \end{bmatrix}.$$

Возмущения элементов исходных матрицы рассеяния восьмиполюсников задавались следующим образом:

$$\mathbf{S}^I = \begin{bmatrix} -30 + \Delta \mathbf{S}_1^I & -15 + \Delta \mathbf{S}_2^I & -0,5 + \Delta \mathbf{S}_3^I & -15 + \Delta \mathbf{S}_4^I \\ -15 + \Delta \mathbf{S}_5^I & -30 + \Delta \mathbf{S}_6^I & -15 + \Delta \mathbf{S}_7^I & -0,5 + \Delta \mathbf{S}_8^I \\ -0,5 + \Delta \mathbf{S}_9^I & -15 + \Delta \mathbf{S}_{10}^I & -30 + \Delta \mathbf{S}_{11}^I & -15 + \Delta \mathbf{S}_{12}^I \\ -15 + \Delta \mathbf{S}_{13}^I & -0,5 + \Delta \mathbf{S}_{14}^I & -15 + \Delta \mathbf{S}_{15}^I & -30 + \Delta \mathbf{S}_{16}^I \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{S}^{II} = \begin{bmatrix} -22 + \Delta \mathbf{S}_1^{II} & -11 + \Delta \mathbf{S}_2^{II} & -10 + \Delta \mathbf{S}_3^{II} & -15 + \Delta \mathbf{S}_4^{II} \\ -11 + \Delta \mathbf{S}_5^{II} & -22 + \Delta \mathbf{S}_6^{II} & -15 + \Delta \mathbf{S}_7^{II} & -10 + \Delta \mathbf{S}_8^{II} \\ 10 + \Delta \mathbf{S}_9^{II} & -15 + \Delta \mathbf{S}_{10}^{II} & -22 + \Delta \mathbf{S}_{11}^{II} & -11 + \Delta \mathbf{S}_{12}^{II} \\ -15 + \Delta \mathbf{S}_{13}^{II} & 10 + \Delta \mathbf{S}_{14}^{II} & -11 + \Delta \mathbf{S}_{15}^{II} & -22 + \Delta \mathbf{S}_{16}^{II} \end{bmatrix},$$

где $\Delta \mathbf{S}_i^{I, II}$ – возмущение (ошибка) i -го элемента матрицы рассеяния I или II .

Относительная погрешность для методов в случае восьмиполюсников различна. Результаты оценки относительной погрешности элементов матриц рассеяния из-за возмущения элементов исходных матриц рассеяния восьмиполюсников приведены в табл. 2. Согласно результатам табл. 2 чувствительность методов

к возмущениям элементов матриц рассеяния восьмиполосников в общем случае различна для разных групп элементов результирующей матрицы рассеяния. В частности, при $\sigma_{\text{дБ}} = -10$ дБ, элементы результирующей матрицы рассеяния S_{11} и S_{12} для всех методов совпадают, однако для элементов S_{43} и S_{44} различаются на единицы процентов. Это связано с тем, что для различных элементов результирующих матриц рассеяния различным образом сочетаются и компенсируются возмущения элементов исходных матриц рассеяния.

Таблица 2. Относительная погрешность элементов результирующей матрицы рассеяния из-за возмущения элементов исходных матриц восьмиполосников (в процентах)

Table 2. Relative error of the elements of the resulting scattering matrix due to perturbation of the elements of the initial matrices of eight-terminals (in percent)

Метод	σ , дБ	S_{11}	S_{12}	S_{13}	S_{14}	S_{21}	S_{22}	S_{23}	S_{24}
Блоч. [S]	-40	0,078	0,006	0,058	0,049	0,033	0,210	0,181	0,014
Блоч. [T]		0,078	0,006	0,038	0,086	0,033	0,210	0,181	0,014
ССП		0,078	0,006	0,038	0,086	0,033	0,210	0,047	0,033
Блоч. [S]	-30	1,271	0,525	0,150	0,044	0,095	0,636	0,347	0,593
Блоч. [T]		1,271	0,525	0,104	0,388	0,095	0,636	0,347	0,593
ССП		1,271	0,525	0,104	0,388	0,095	0,636	0,003	0,647
Блоч. [S]	-20	0,109	0,120	0,225	1,081	0,542	0,685	2,101	0,470
Блоч. [T]		0,109	0,120	0,188	3,023	0,542	0,685	2,101	0,470
ССП		0,109	0,120	0,188	3,023	0,542	0,685	2,116	0,048
Блоч. [S]	-10	38,10	22,99	13,03	23,76	13,47	36,44	16,38	20,48
Блоч. [T]		38,10	22,99	13,35	20,09	13,47	36,44	16,38	20,48
ССП		38,10	22,99	13,35	20,09	13,47	36,44	15,96	19,98
Метод	σ , дБ	S_{31}	S_{32}	S_{33}	S_{34}	S_{41}	S_{42}	S_{43}	S_{44}
Блоч. [S]	-40	0,031	0,241	0,244	0,041	0,072	0,017	0,016	0,216
Блоч. [T]		0,028	0,168	0,231	0,038	0,001	0,021	0,014	0,228
ССП		0,026	0,207	0,318	0,027	0,038	0,023	0,011	0,130
Блоч. [S]	-30	0,110	0,410	0,887	0,973	0,182	0,157	0,221	0,466
Блоч. [T]		0,089	0,548	0,867	0,978	0,108	0,129	0,236	0,496
ССП		0,072	0,287	0,719	0,988	0,378	0,114	0,173	0,682
Блоч. [S]	-20	0,355	0,572	2,265	2,064	1,152	0,125	1,411	4,593
Блоч. [T]		0,505	1,450	2,232	2,118	1,736	0,052	1,407	4,759
ССП		0,459	1,973	4,726	1,735	2,306	0,036	1,588	2,610
Блоч. [S]	-10	7,16	30,27	40,54	29,13	13,21	6,76	12,25	34,06
Блоч. [T]		8,21	28,41	36,59	23,94	20,80	8,71	20,63	56,39
ССП		7,31	25,97	26,14	23,25	19,59	8,80	23,88	37,78

Исследование эффективности существующих методов и алгоритмов расчета матриц рассеяния

Проведем анализ представленных методов расчета результирующих матриц рассеяния с точки зрения вычислительной сложности.

Существенным недостатком методов блочных **S**- и **T**-матриц, метода ССП является необходимость вычисления обратной матрицы, причем тем данный недостаток критичнее, чем хуже обусловлена эта матрица. У плохо обусловленной матрицы обратная матрица является неустойчивой, то есть ее элементы значительно изменяются при малом изменении элементов исходной матрицы. Если матрица была плохо обусловлена, то, из-за влияния случайных искажающих факторов (например, аддитивный шум), результаты расчета будут значительно отличаться у двух измерений, проведенных в разное время. При этом в методе ССП вероятность получения обусловленной блочной матрицы меньше, так как некоторые элементы матрицы дополняются единицами.

Сравним методы расчета результирующей матрицы рассеяния путем подсчета количества элементарных операций сложения и умножения на примере каскадного соединения двух многополюсников с количеством портов M . Количество операций с матрицами определялось согласно исходным данным [11]. Оценка вычислительной сложности для методов расчета результирующей матрицы рассеяния приведена в табл. 3.

Таблица 3. Вычислительная сложность методов расчета результирующей матрицы рассеяния для каскадного соединения двух M -портовых многополюсников

Table 3. Computational complexity of methods for calculating the resulting scattering matrix for the cascade connection of two M -port multipoles

Метод	Количество элементарных операций
Блочные S -матрицы	$36M^3 + 20M^2 - 12M$
Блочные T -матрицы	$25M^3 + 13M^2 + M + 12M^3 + 6M^2$
Метод ССП	$24M^3 + 2M$

Согласно табл. 3 минимальным количеством элементарных операций обладает метод ССП. Для метода блочных **T**-матриц при каскадном соединении многополюсников с разным количеством входных и выходных портов указанное количество операций возрастает пропорционально введенным дополнительным нулевым строкам и столбцам.

Заключение

На основе проведенного анализа было установлено, что чувствительность для методов свободных и связанных плеч, **T**- или **S**-блочных матриц к возмущениям элементов матриц рассеяния восьмиполюсников в общем случае различна для разных групп элементов результирующей матрицы рассеяния. Это связано с тем, что для различных элементов результирующих матриц рассеяния различным образом сочетаются и компенсируются возмущения элементов исходных матриц рассеяния.

С точки зрения вычислительной сложности минимальным количеством элементарных операций обладает метод свободных и связанных плеч; с точки зрения наибольшей точности расчет матрицы рассеяния обладает метод блочных **S**-матриц. Оптимальным методом можно считать метод свободных и связанных плеч, так как он имеет сравнимую точность, как и метод блочных **S**-матриц, при этом количеством элементарных операций значительно меньше.

Выбранный алгоритм может быть использован для разработки отечественного САПР в области СВЧ-устройств для расчета аналоговых трактов АФАР. Наименьшая вычислительная сложность обеспечит экономию ресурсов ЭВМ и время на проведение расчетов. Полученные результаты в дальнейшем будут использованы для стохастического анализа направленных характеристик АФАР.

Список литературы

1. *MathWorks* – Создатели *MATLAB* и *Simulink*. Объединение *S-параметров* для формирования каскадной сети. Режим доступа: <https://se.mathworks.com/help/rf/ref/cascadesparams.html> (дата обращения: 02.05.2022).
2. Гололобов Д. В., Кирильчук В. Б. *Распространение радиоволн и антенно-фидерные устройства*. Ч. 2: Фидерные устройства. Минск: БГУИР; 2005. 299 с.
3. Scordilis T., Brinson M., Kraut G., Jahn S., Pitcher C. *Qucs. Workbook*. 573 p. Available at: <http://qucs.sourceforge.net/docs/tutorial/workbook.pdf> (Accessed: 02.05.2022).
4. Воскресенский Д. И. (ред.). *Устройства СВЧ и антенны. Проектирование фазированных антенных решеток*. М.: Радиотехника; 2003. 415 с.
5. Сазонов Д. М. (ред.). *Устройства СВЧ*. М.: Высшая школа; 1981. 295 с.
6. Мишустин Б. А. *Машинное проектирование СВЧ устройств*. М: Изд. МЭИ; 1978. 71 с.
7. Нечаев Е. Е., Дерябин К. С. Современные бортовые радиолокационные станции и антенные решетки многофункциональных авиацион-

ных комплексов военного назначения. *Научный вестник Московского государственного технического университета гражданской авиации*. 2015;(221):90–105. Режим доступа: <https://avia.mstuca.ru/jour/article/view/109> (дата обращения: 02.05.2022).

8. Ненартович Н.Э., Горевич Б.Н. *BMDS – система противоракетной обороны США. Анализ и моделирование*. М.: Алмаз; 2020. 351 с.

9. Фельдштейн А.Л., Явич Л.Р. *Синтез четырехполюсников и восьмиполюсников на СВЧ*. 2-е изд., перераб. и доп. М.: Связь; 1971. 388 с.

10. Бахарев С.И., Вольман В.И., Либ Ю.Н. и др.; Вольман В.И. (ред.). *Справочник по расчету и конструированию СВЧ полосковых устройств*. М.: Радио и связь; 1982. 328 с.

11. Hunger R. *Floating Point Operations in Matrix-Vector Calculus* (Version 1.3). Technical Report. Technische Universität München, Associate Institute for Signal Processing; 2007. Available at: <https://mediatum.ub.tum.de/doc/625604> (Accessed: 02.05.2022).

References

1. *MathWorks – Creators of MATLAB and Simulink. An association S-parameters for the formation of a cascading network*. Available at: <https://se.mathworks.com/help/rf/ref/cascadesparams.html> (Accessed: 05.02.2022)

2. Gololobov D.V., Kirilchuk V.B. *Propagation of radio waves and antenna-feeder devices*. Part 2: Feeder devices. Minsk: BSUIR; 2005. 299 p. (In Russ.)

3. Scordilis T., Brinson M., Kraut G., Jahn S., Pitcher C. *Qucs. Workbook*. 573 p. Available at: <http://qucs.sourceforge.net/docs/tutorial/workbook.pdf> (Accessed: 05.02.2022)

4. Voskresensky D.I. (ed.). *Microwave devices and antennas. Design of phased antenna arrays*. Moscow: Radiotekhnika; 2003. 415 p. (In Russ.)

5. Sazonov D.M. (ed.). *Microwave Devices*. Moscow: Vysshaya shkola; 1981. 295 p. (In Russ.)

6. Mishustin B.A. *Machine design of microwave devices*. Moscow: MPEI; 1978. 71 p. (In Russ.)

7. Nechayev E.E., Deryabin K.S. Analysis of the state of the development of airborne radars of domestic and foreign production. *Civil Aviation High Technologies*. 2015;(221):90–105. (In Russ.) Available at: <https://avia.mstuca.ru/jour/article/view/109> (Accessed: 02.05.2022).

8. Nenartovich N.E., Gorevich B.N. *BMDS is the US missile defense system. Analysis and modeling*. Moscow: Almaz; 2020. 352 p. (In Russ.)

9. Feldstein A.L., Yavich L.R. *Synthesis of four-pole and eight-pole microwave devices*. 2nd ed. Moscow: Svyaz; 1971. 388 p. (In Russ.)

10. Bakharev S.I., Volman V.I., Lib Yu.N. et al.; Volman V.I. (ed.). *Handbook on the calculation and design of microwave strip devices*. Moscow: Radio i svyaz; 1982. 328 p. (In Russ.)

11. Hunger R. *Floating Point Operations in Matrix-Vector Calculus* (Version 1.3). Technical Report. Technische Universität München, Associate Institute for Signal Processing; 2007. Available at: <https://mediatum.ub.tum.de/doc/625604> (Accessed: 02.05.2022).

Информация об авторах

Зайков Кирилл Денисович, младший научный сотрудник НИИ РТС Томского государственного университета систем управления и радиоэлектроники, Томск, Россия, kirill.d.zaikov@tusur.ru

Аникин Алексей Сергеевич, кандидат технических наук, старший научный сотрудник НИИ РТС Томского государственного университета систем управления и радиоэлектроники, Томск, Россия

Ярков Кирилл Алексеевич, аспирант кафедры РТС Томского государственного университета систем управления и радиоэлектроники, Томск, Россия

Information about the authors

Kirill D. Zaikov, Junior Researcher, Research Institute of RTS, Tomsk State University of Control Systems and Radioelectronics, Tomsk, Russia, kirill.d.zaikov@tusur.ru

Aleksey S. Anikin, Candidate of Technical Sciences, Senior Researcher, Research Institute of RTS, Tomsk State University of Control Systems and Radioelectronics, Tomsk, Russia

Kirill A. Yarkov, Post-Graduate Student, Department of RTS, Tomsk State University of Control Systems and Radioelectronics, Tomsk, Russia

Поступила / Received: 31.05.2022

Принята в печать / Accepted: 30.06.2022