Оригинальная статья / Original Article

DOI 10.15826/urej.2024.8.3.003 **УДК** 621.396

Преобразования трехэлементных фильтров нижних частот для неравных нагрузок

Б.В.Гусев¹, Д.А. Летавин²,

¹Свободный ученый, Екатеринбург, Российская Федерация ²Уральский федеральный университет имени первого Президента России Б. Н. Ельцина, 620062, Российская Федерация, г. Екатеринбург, ул. Мира, 19 М.a.letavin@urfu.ru

Аннотация. Целью работы являются анализ и выбор способов преобразования симметричного фильтра нижних частот (ФНЧ) в несимметричный при различии сопротивлений источника и нагрузки. Например, для преобразования в половине симметричного ФНЧ, синтезированного для равных нагрузок, умножаем все сопротивления на коэффициент преобразования *r* и соединяем преобразованные части фильтра. Рассмотрены трехэлементные П и Т-образные ФНЧ с чебышевской аппроксимацией квадратов модулей функций передачи $|S_{21}(\Omega)|^2$ и коэффициентов отражения $|S_{11}(\Omega)|^2$. Выполнено сравнение ФНЧ преобразованных различными методами. Составлены таблицы нормированных значений элементов ФНЧ для различных отношений сопротивлений источника сигнала и нагрузки. Показано, что использование оптимальных ФНЧ позволяет учесть в их составе большее значение реактивности источника сигнала (активного прибора) либо расширить полосу частот.

Ключевые слова: фильтр нижних частот, преобразование ФНЧ, симметричный ФНЧ, несимметричный ФНЧ, моделирование

Для цитирования: Гусев Б. В., Летавин Д. А. Преобразования трехэлементных фильтров нижних частот для неравных нагрузок. *Ural Radio Engineering Journal*. 2024;8(3):340–353. DOI: 10.15826/urej.2024.8.3.003.

Transformations of Three-element Low-pass Filters for Unequal Loads

B.V. Gusev¹, D.A. Letavin²

¹Freelance scientist, Ekaterinburg, Russian Federation
 ²Ural Federal University named after the first President of Russia B. N. Yeltsin, 19
 Mira Str., Ekaterinburg, 620062, Russian Federation
 ^I d.a.letavin@urfu.ru

Abstract. The aim of the work is to analyse and select the methods of converting a symmetrical low-pass filter (LPF) into the asymmetrical one with different source and load resistances. For example, to convert in the half of the symmetrical LPF synthesised for equal loads, all the resistances by the conversion coefficient *r* are multiplied and connected the converted parts of the filter. Three-element P and T-shaped LPFs with the Chebyshev approximation of the squares of the moduli of the transfer functions $|S_{21}(\Omega)|^2$ and the reflection coefficients $|S_{11}(\Omega)|^2$ are considered. A comparison of LPFs converted by different methods is performed. Tables of normalised values of LPF elements for different ratios of signal source and load resistances are compiled. It is demonstrated that the use of optimal LPFs makes it possible to take into account a higher value of the signal source (active device) reactivity in their composition, or to expand the frequency band.

Keywords: low pass filter, low pass filter conversion, symmetrical low pass filter, unsymmetrical low pass filter, modeling

For citation: Gusev B. V., Letavin D. A. Transformations of three-element lowpass filters for unequal loads. *Ural Radio Engineering Journal*. 2024;8(3):340–353 (In Russ.) DOI: 10.15826/urej.2024.8.3.003

Введение

Известно [1–6], что задача согласования источника сигнала с нагрузкой, возникающая при проектировании входных, межкаскадных и выходных согласующих устройств (СУ) в радиопередающих и радиоприемных устройствах, как правило, оптимальным образом решается при использовании для этих целей *LC*-схем со структурой фильтров [5]. При этом СУ в своей структуре должна иметь реактивные элементы, позволяющие абсорбировать (включать в себя) [1–4] входные и выходные реактивные элементы схем замещения активных приборов. Например, элементы схемы замещения биполярного транзистора (рис. 1) индуктивность ($L_{\rm K} + L_{\ni}$) и (или) выходная емкость $C_{\rm K}$ [2] должны быть учтены в составе СУ (рис. 2). Если этого не делать, согласование нарушится и частотные характеристики устройства исказятся.



Рис. 1. Упрощенная схема замещения биполярного транзистора **Fig. 1.** Simplified bipolar transistor replacement circuit

Если значения $R_{\rm H}$ и требуемое для нормальной работы транзистора значение $R_{\rm K\Im} = R_{\Gamma}$ не совпадают ($R_{\Gamma} \neq R_{\rm H}$) и требуется в СУ ввести трансформатор, то преобразуют фильтр нижних частот (ФНЧ) (на рис. 2 это C_1, L_2, C_3) в полосно-пропускающий фильтр (ППФ), трансформация на элементах которого легко осуществляется. Но в ППФ удваивается число реактивных элементов, что не всегда удобно в конструкции.



Рис. 2. Учет (абсорбция) емкости $C_{\!_{\rm K}}$ в составе емкости $C_{\!_1}$ ($C_{\!_{\rm ДОБ}}$ может равной нулю)

Fig. 2. Accounting (absorption) of the C_c capacity in the composition of the C_1 container (C_{add} may be equal to zero)

Если транзистор удовлетворительно работает при $R_{_{K^3}} \neq R_{_{H}}$, то есть при заданном рассогласовании, можно изменить $R_{_{H}}$ до допустимого значения и либо синтезировать ФНЧ заново, или преобразовать симметричный ФНЧ в несимметричный с заданным сопротивлением нагрузки. (Симметричный ФНЧ это ФНЧ, рассчитанный для $R_{_{H}} = R_{_{\Gamma}}$ при этом $C_1 = C_3$.) Родственные задачи возникают при согласовании «короткой» антенны с входом при-емника или с выходом передатчика, а также в промежуточных каскадах

передатчика и т. д. В данной работе рассматриваются способы преобразования симметричного ФНЧ ($R_{\Gamma} = R_{H}$) третьего порядка в несимметричный ($R_{\Gamma} \neq R_{H}$) либо прямого синтеза несимметричного ФНЧ [7] при $R_{\Gamma} \neq R_{H}$.

Способы преобразования ФНЧ

Как показано в работе [7], существует несколько способов расчета ФНЧ с различными нагрузками:

1. Сразу выполнить синтез несимметричных ФНЧ для разных нагрузок $r = R_{\rm H}/R_{\rm r}$ (r = 1/8, 1/4, 1/2, и т.д.). Нормированные элементы таких ФНЧ приведены в таблицах 5–12 работы [7].

2. Преобразовать симметричный ФНЧ, синтезированный для одинаковых нагрузок в несимметричный с разными нагрузками [7].

Преобразование симметричного ФНЧ в несимметричный. Необходимо взять симметричный ФНЧ, синтезированный для равных нагрузок, разбить его вертикальной линей пополам и в половине, нагруженной на *r*, умножить все сопротивления на *r*, в том числе и половинку реактивности, разрезанной пополам. Затем соединить преобразованные половины.



Рис. 3. Преобразование симметричного фильтра в несимметричный по [7] **Fig. 3.** Symmetric filter conversion into the unbalanced one according to [7]

Далее, для преобразований будут использованы трехэлементные симметричные ФНЧ (рис. 4) с чебышевской аппроксимацией квадратов модулей функций передачи $|S_{_{21}}(\Omega)|^2$ (где $\Omega = f/f_{_{\rm cp}}$ — нормированная частот) и коэффициентов отражения $|S_{_{11}}(\Omega)|^2$.

$$\left|S_{21}(\Omega)\right|^{2} = 4 \left|\frac{U_{2}(j\Omega)}{U_{1}(j\Omega)}\right|^{2} = \frac{1}{1 + \xi^{2}(4\Omega^{3} - 3\Omega)^{2}}$$
(1)

$$\left|S_{11}(\Omega)\right|^{2} = 1 - \left|S_{21}(\Omega)\right|^{2}.$$
 (2)

Здесь ξ — коэффициент, определяющий максимальное в полосе пропускания значение коэффициента отражения и максимальное значение затухания функции передачи:

$$\left|S_{11MAX}\right|^2 = \left|S_{11}(1)\right|^2 = \frac{\xi^2}{1+\xi^2}$$

и ΔA , дБ = 10 lg (1 + ξ^2). (3)



Рис. 4. Трехэлементный симметричный ФНЧ

Fig. 4. Three-element symmetrical LPF

На рис. 5 показаны схемы преобразований симметричных П- и Т-образных ФНЧ в несимметричные.

Преобразования П-образных ФНЧ. На рис. 6 приведены схема симметричного П-образного ФНЧ и зависимость от частоты его коэффициента отражения $S_{11}(\Omega)$. Численные значения емкостей и индуктивности ФНЧ вычислены по формулам:

$$C_1 = C_3 = \frac{\alpha_1}{\omega_{cp}R_{\Gamma}} \quad \text{if } L_2 = \frac{\alpha_2 R_{\Gamma}}{\omega_{cp}}, \tag{4}$$

где $\alpha_1 = \alpha_3 = 1,0315$ и $\alpha_2 = 1,14740$ — значения нормированных элементов ФНЧ, синтезированные в работе [5] для коэффициентов отражения $S_{11\text{MIN}} = 0, S_{11\text{MAX}} = 0,1508; \omega_{\text{ср}} = 2\pi f_{\text{ср}}, f_{\text{ср}} = 1000$ МГц — частота среза ФНЧ; $R_{\text{г}}$ — сопротивление генератора.

График коэффициента отражения $S_{11}(\Omega)$ позволяет оценить величину рассогласования для источника сигнала. В частности, квадрат модуля $|S_{11}(\Omega)|^2$ характеризует долю мощности, которая отражается от входных зажимов ФНЧ к источнику сигнала и рассеивается на его внутреннем сопротивлении R_r . Например, график на рис. 6 показывает, что максимальное значение мощности, отраженной обратно в источник, составляет 2,28 % на частоте 500 МГц, в нагрузку при этом проходит 97,72 % мощности.



Рис. 5. Преобразования ФНЧ: *а* — симметричного П-образного ФНЧ в несимметричный; *b* — симметричного Т-образного ФНЧ в несимметричный

Fig. 5. Conversion of the LPF: *a* — symmetrical Π-shaped LPF into the asymmetrical;

b — symmetrical T-shaped LPF into the asymmetrical

Величина первой емкости C_1 показывает, какое максимальное значение емкости источника сигнала может быть абсорбировано в составе ФНЧ. Например, если $C_{\rm K}$ меньше чем C_1 (рис. 2), то при использовании в качестве первого элемента ФНЧ емкости $C_{\rm K}$, до какого значения (1) может быть увеличена частота среза $f_{\rm CP}$:

$$f_{\rm cp} = \frac{\alpha_1}{2\pi C_{\rm K} R_{\rm F}}.$$
(5)

Пример преобразования симметричного ФНЧ в несимметричный для нормированного значения нагрузки r = 0,500 по схеме, показанной на рис. 5*a*, приведен на рис. 7.

Расчет ФНЧ синтезированного в [7]

Схема ФНЧ с нормированными значениями элементов, синтезированного в [7], показана на рис. 8.

Результаты моделирования ФНЧ по рис. 8 представлены на рис. 9. Частота среза также выбрана 1000 МГц.



Рис. 6. Схема симметричного по [5] ФНЧ для r =1,0 и зависимость от частоты его коэффициента отражения $S_{11}(\Omega)$

Fig. 6. The Scheme of the symmetric LPF for r = 1.0 and the dependence on the frequency of its reflection coefficient $S_{11}(\Omega)$





Fig. 7. The Scheme of the LPF converted according to Fig. 5, and for r = 0.5 and the dependence on the frequency of its reflection coefficient $S_{11}(\Omega)$



Рис. 8. Схема ФНЧ синтезированного в [7] **Fig. 8.** The Scheme of the LPF synthesized in [7]



Рис. 9. Схема ФНЧ, рассчитанного по рис. 8, и зависимость от частоты его коэффициента отражения $S_{11}(\Omega)$



Расчет оптимального ФНЧ

Для сравнения ту же задачу решим с помощью оптимального ФНЧ [6]. Следует заметить, что в работе [6] решена задача получения макси-[6] решена задача получения максимальной широкополосности ФНЧ при минимально возможном значении $S_{11 \text{ мах}}$. Значения *r* при этом являются производными от α_1 . Схема Fi оптимального ФНЧ с нормированными элементами приведена на рис. 10.



Рис. 10. Схема оптимального [6] ФНЧ **Fig. 10.** The Scheme of the optimal [6] LPF

Схема оптимального ФНЧ, с элементами, денормированными для частоты среза 1000 МГц, и частотная зависимость его коэффициента отражения приведены на рис. 11.



Рис. 11. Схема оптимального ФНЧ, рассчитанного по рис. 10, и зависимость от частоты его коэффициента отражения $S_{11}(\Omega)$

Fig. 11. LPF The Scheme of the optimal LPF calculated according to Fig. 10 and the dependence on the frequency of its reflection coefficient $S_{11}(\Omega)$

На рис. 12 представлены вместе зависимости от частоты коэффициентов отражения симметричного ФНЧ (кривая 1), ФНЧ показанных на рис. 7 и 9 (кривая 2), и оптимального ФНЧ (кривая 3). Значение емкости C_1 при этом изменяется от $C_1 = 3,283$ пФ (рис. 6, 7) до $C_1 = 7,22$ пФ (рис. 9) и $C_1 = 8,276$ пФ (рис. 11).

В последнем случае значение C_1 увеличилось в 2,52 раза, это позволяет учесть в составе ФНЧ большее значение емкости источника сигнала или, соответственно, увеличить полосу пропускания ФНЧ. Нормированные элементы П-образных ФНЧ для ряда значений *r*, а также величины их коэффициентов отражения S_{11MIN} и S_{11MAX} приведены в табл. 1. В последних двух строках приведены характеристики ФНЧ, описанных в [7] и [6].

B.V. Gusev, D.A. Letavin Transformations of Three-element Low-pass Filters for Unequal Loads



Рис. 12. Зависимости от частота коэффициентов отражения: $1 - S_{_{11}}(\Omega)$ исходного симметричного ФНЧ ($R_{_{\Gamma}} = R_{_{H}} = 50$ Ом); $2 - S_{_{11}}(\Omega)$ для ФНЧ на рис. 7 и рис. 9; 3 — для оптимального ФНЧ рис. 11 (максимум $\alpha_{_1}$) **Fig. 11.** Dependce on the frequency of reflection coefficients: $1 - S_{_{11}}(\Omega)$ of the initial

symmetric low frequency ($R_{\rm G} = R_{\rm L} = 50$ ohms), 2 — S_{11} (Ω) for the LPF (α_1 fig. 9 is twice as large as Fig. 7), 3 — for optimal LPF fig. 11 (maximum α_1)

Таблица 1. Нормированные элементы	П-образных ФНЧ для ряда значений <i>r</i>
Table 1. Normalised П-shaped LPF	elements for a number of r values

Значение нормирован- ной нагрузки <i>r</i>	Значения характеристик фильтра						
	$S_{11 \text{ MIN}}$	S _{11 MAX}	ΔS_{11}	$\alpha_{_1}$	α_2	α,	
0,500	0,333	0,362	0,029	1,0315	0,86055	2,0630	
0,666	0,200	0,249	0,049	1,0315	0,95616	1,5472	
0,800	0,111	0,187	0,076	1,0315	1,03266	1,2894	
1,000	0,000	0,1508	0,1508	1,0315	1,14740	1,0315	
1,250	0,111	0,187	0,076	1,0315	1,29082	0,8252	
1,500	0,200	0,249	0,049	1,0315	1,43425	0,6876	
2,000	0,333	0,362	0,029	1,0315	1,72110	0,5157	
0,500 по [7]	0,333	0.363	0,030	2,270	0,600	1,330	
0,4925 по [6]	0,340	0,401	0,061	2,600	0,634	1,711	

Кстати, меняя значение индуктивности в любой из рассмотренных схем, будем изменять как величину пульсаций S_{11} , так и частоту среза. Уменьшение индуктивности приводит к увеличению частоты среза и размаха пульсаций, и, наоборот, увеличение индуктивности приводит к уменьшению частоты среза и размаха пульсаций.

Преобразования Т-образных ФНЧ

На рис. 13 показана схема симметричного Т-образного ФНЧ, численные значения емкостей и индуктивности которого получены путем расчета из нормированных элементов $\alpha_1 = \alpha_3 = 1,0315$; $\alpha_2 = 1,14740$, вычисленных в работе [5] для коэффициентов отражения $S_{11 \text{ MIN}} = 0$, $S_{11 \text{ MAX}} = 0,1508$.



Рис. 13. Схема симметричного ФНЧ [5] и зависимость от частоты его коэффициента отражения $S_{11}(\Omega)$

Fig. 11. LPF The Scheme of the optimal LPF calculated according to Fig. 10 and the dependence on the frequency of its reflection coefficient $S_{11}(\Omega)$

Пример преобразования симметричного Т-образного фильтра (рис. 13) в несимметричный для нормированного значения нагрузки *r* = 0,500 по схеме, показанной на рис. 5*b*, приведен на рис. 14.



Рис. 14. Схема ФНЧ преобразованного по рис. 5*b*, для r = 0,5 и зависимость от частоты его коэффициента отражения $S_{11}(\Omega)$

Fig. 14. The Scheme of the LPF converted according to Fig. 5*b*, for r = 0.5 and the dependence on the frequency of its reflection coefficient $S_{11}(\Omega)$

Нормированные элементы Т-образных ФНЧ для ряда значений r, а также величины их коэффициентов отражения S_{11MIN} и S_{11MAX} приведены в табл. 2.

Симметрия табл. 1, 2 определяется тем, что П-образные и Т-образные ФНЧ являются дуальными. Принципиально можно обойтись одной таблицей. В данном случае оставлены обе, чтобы при недостаточном опыте у разработчика не возникло ошибок.

При моделировании Т-образного ФНЧ синтезированного в [7] возникли проблемы. Возможно, для Т-образных ФНЧ в [7] под величиной *r* понимается отношение $r = G_i/G_{_{\rm H}}$ и поэтому частотные характеристики $S_{_{11}}(\Omega)$ были реализованы при $R_{_{\rm H}} = 100$ Ом (рис. 15). При расчетах были использованы значения нормированных элементов из [7] $\alpha_1 = 2,27; \alpha_2 = 0,60; \alpha_3 = 1,33$.

Значение норми-	Значения характеристик фильтра					
рованной нагруз- ки <i>r S</i> ₁₁	$S_{11\mathrm{MIN}}$	S _{11 MAX}	ΔS_{11}	α_1	α2	α,
0,500	0,333	0,362	0,029	1,0315	1,72110	0,5157
0,666	0,200	0,249	0,049	1,0315	1,4342	0,6869
0,800	0,111	0,187	0,076	1,0315	1,29082	0,8253
1,000	0,000	0,1508	0,1508	1,0315	1,14740	1,0315
1,250	0,111	0,187	0,076	1,0315	1,03266	1,2894
1,500	0,200	0,249	0,049	1,0315	0,9558	1,5472
2,000	0,333	0,362	0,029	1,0315	0,86055	2,0630

Таблица 2. Нормированные элементы Т-образных ФНЧ для ряда значений *r* **Table 2.** Normalised T-shaped LPF elements for a number of r values



Рис. 15. Схема синтезированного в [7] ФНЧ и зависимость от частоты его коэффициента отражения $S_{11}(\Omega)$ Fig. 15. The Scheme of the LPF synthesized in [7] and the frequency dependence of its reflection coefficient $S_{11}(\Omega)$

Чтобы уменьшить нагрузку этого фильтра до значения $R_{\rm H} = 25$ Ом, пришлось использовать теорему взаимности, затем повернуть фильтр относительно вертикальной оси, проходящей через его середину на 180°, и уменьшить все сопротивления фильтра в два раза. Схема преобразованного фильтра и его частотная характеристика S_{11} (Ω) приведены на рис. 16.

Оптимальный по [6] ФНЧ существует при *R*_н = 100,5 Ом (рис. 17).

Для уменьшения нагрузки до значения $R_{\rm H} = 25$ Ом пришлось выполнить преобразования как в предыдущем пункте, результаты представлены на рис. 18.

Зависимости от частоты коэффициентов отражения Т- и П-образных ФНЧ идентичны (рис. 12). Значение индуктивности L_1 при этом изменяется от L_1 = 8,208 нГ (рис. 13, 14) до L_1 = 18,064 нГ (рис. 15) и L_1 = 20,69 нГ

(рис. 17). Варианты, представленные на рис. 16, 18, выигрыша по величине *L*₁ не имеют.





dependence of its reflection coefficient $S_{11}(\Omega)$



Рис. 17. Схема оптимального ФНЧ и зависимость от частоты его коэффициента отражения $S_{_{11}}(\Omega)$

Fig. 17. The Circuit of the converted filter and the frequency dependence of its reflection coefficient $S_{11}(\Omega)$



Рис. 18. Схема ФНЧ преобразованного из оптимального и зависимость от частоты его коэффициента отражения $S_{11}(\Omega)$



Заключение

Таким образом, в настоящей работе:

— приведены варианты расчетов П- и Т-образных ФНЧ третьего порядка для неравных нагрузок;

— составлены таблицы нормированных значений элементов ФНЧ для отношений: $r = R_{\rm H}/R_{\rm r} = 0,500; 0,666; 0,800; 1,000; 1,250; 1,500; 2,000;$

показано, что ФНЧ, синтезированные в [7], и оптимальные ФНЧ обладают большими значениями α₁. Это позволяет включить в состав ФНЧ большее значение реактивности источника сигнала (активного прибора) либо расширить полосу частот.

Список литературы / References

- 1. Шахгильдян В.В., Власов В.А., Козырев В.Б., и др.; Шахгильдян В.В. (ред). *Проектирование радиопередающих устройств.* М.: Радио и связь; 1993. 512 с.
- 2. Алексеев О. В., Головков А. А., Митрофанов А. В., и др. *Генераторы высоких* и сверхвысоких частот. М.: Высшая школа; 2003. 326 с.
- Демидов В. М., Корчажкина О. М.; Богачёв В. М. (ред). Проектирование широкополосных согласующих трансформирующих цепей с помощью ЭВМ. М.: МЭИ; 1982. 100 с.
- 4. Богачёв В.М., Смольский С.М. (ред). Синтез цепей связи для широкополосных усилителей. М.: МЭИ; 1980. 100 с.
- 5. Маттей Д. Л., Янг Л., Джонс Е. М. Т.; Алексеев Л. В., Кушнир Ф. В. (ред). Фильтры *СВЧ, согласующие цепи и цепи связи, т. 1.* М.: Связь; 1971. 440 с.
- Matthaei G. L., Young L., Jones E. M. T. *Microwave filters, impedance-matching networks, and coupling structures.* McGraw-Hill Book Company, Inc.; 1964. 1096 p.
- Щепеткин Ф. В. Оптимальные чебышевские прототипы для проектирования согласующих цепей. В: Тимошенко А. П. (ред). Повышение эффективности функционирования судовых радиоэлектронных средств. Труды БГАРФ. Выпуск 24. Калининград: БГАРФ; 1998. С. 72–87.
- 7. Альбац М. Е. Справочник по расчёту фильтров и линий задержки. М.: Госэнергоиздат; 1963. 201 с.
- 8. Херреро Д., Уиллонер Г.; Гоноровский И. С. (ред). *Синтез фильтров*. М.: Советское радио; 1971. 232 с.

Herrero J., Willoner G. Synthsis of filters. Prentice-Hall; 1966. 192 p.

Информация об авторах

Гусев Борис Владимирович, кандидат технических наук, доцент, свободный ученый, г. Екатеринбург, e-mail: gusev-09@yandex.ru.

Летавин Денис Александрович, кандидат технических наук, доцент департамента радиоэлектроники и связи Института радиоэлектроники и информационных технологий, Уральский федеральный университет имени первого Президента России Б. Н. Ельцина, г. Екатеринбург, e-mail: d.a.letavin@urfu.ru.

Information about the authors

- **Gusev Boris Vladimirovich**, Candidate of Technical Sciences, Freelance scientist, Ekaterinburg, e-mail: gusev-09@yandex.ru.
- Letavin Denis Aleksandrovich, Candidate of Technical Sciences, Associate Professor of the Department of Radio Electronics and Communications, Institute of Radio Electronics and Information Technologies, Ural Federal University named after the first President of Russia B. N. Yeltsin, Ekaterinburg, e-mail: d.a.letavin@urfu.ru.

Поступила / Received: 17.10.2024 Принята в печать / Accepted: 16.11.2024