

DOI 10.15826/urej.2025.9.3.005

УДК 621.396

Синтез квадратурных ответвителей с LC-фильтрами различного порядка

Б. В. Гусев¹, Д. А. Летавин²✉, А. А. Пятышин²

¹Свободный ученый, г. Екатеринбург, Российская Федерация

²Уральский федеральный университет имени первого Президента России Б. Н. Ельцина, 620062, Российская Федерация, г. Екатеринбург, ул. Мира, 32

✉ d.a.letavin@urfu.ru

Аннотация. Статья посвящена исследованию замены четвертьволновых отрезков в двухшлейфных направленных ответвителях или квадратурных мостах (КМ) на LC-элементы со структурой фильтров нижних частот (LC-элементы ФНЧ) различных порядков. Основная цель работы заключается в анализе влияния порядка фильтра на частотные характеристики КМ. Сопоставляя ABCD-матрицу LC-элементов ФНЧ с матрицей четвертьволнового отрезка, удалось вывести формулы для расчета значений индуктивностей и емкостей LC-элементов. Сравнение фильтров 3-го, 5-го, 7-го и 9-го порядков показало, что увеличение порядка ФНЧ расширяет полосу рабочих частот устройства, но усложняет схемно-конструктивную реализацию. Результаты работы предоставляют инженерам методику проектирования СВЧ-устройств с улучшенными массогабаритными показателями.

Ключевые слова: направленный ответвитель, фильтр нижних частот, квадратурный мост, ABCD-матрица.

Для цитирования: Гусев Б. В., Летавин Д. А., Пятышин А. А. Синтез квадратурных ответвителей с LC-фильтрами различного порядка. *Ural Radio Engineering Journal*. 2025;9(3):316–339. DOI: 10.15826/urej.2025.9.3.005.

Synthesis of Quadrature Couplers with LC filters of Different Orders

B. V. Gusev¹, D. A. Letavin²✉, A. A. Pyatyshin²

¹Freelance scientist, Ekaterinburg, Russian Federation

²Ural Federal University named after the first President of Russia B. N. Yeltsin, 32 Mira Str., Ekaterinburg, 620062, Russian Federation

✉ d.a.letavin@urfu.ru

Abstract. The research is devoted to the study of replacing quarter-wave sections in dual-stub directional couplers with low-pass filters (LPF) of different orders. The purpose of the work is to miniaturize the device without significantly degrading their characteristics. It has become possible to derive formulas for calculating the values of the filter inductances and capacitances by comparing the matrices ABCD of the low-pass filter and the $\lambda/4$ segment. The comparison of filters of the 3rd, 5th, and 7th orders has revealed that the increase in the LPF order expands the operating frequency band of the device, but complicates the circuit and design implementation. The results of the research provide engineers with the methodology of designing compact microwave devices with improved weight and size indicators, relevant for modern communication and radar systems.

Keywords: directional coupler, low-pass filter, phase stability, ABCD matrices.

For citation: Gusev B. V., Letavin D. A., Pyatyshin A. A. Synthesis of quadrature couplers with LC filters of different orders. *Ural Radio Engineering Journal*. 2025;9(3):316–339. (In Russ.) DOI: 10.15826/urej.2025.9.3.005

Введение

Делители мощности являются ключевыми компонентами в современных радиочастотных и СВЧ-системах, обеспечивая распределение сигналов в устройствах связи, радиолокации, измерительных приборах и антенных решетках. Среди множества конструкций, таких как ответвители на связанных линиях, ответвители Ланге и кольцевые делители, особое место занимают двухшлейфные направленные ответвители или квадратурные мосты (КМ) [1–8]. Их популярность в СВЧ-технике обусловлена простотой реализации, обеспечением разности фаз 90° между выходными сигналами и возможностью интеграции в другие схемы и устройства. Однако классические реализации, основанные на четвертьволновых отрезках линий

передачи, требуют значительной площади подложки, что ограничивает их применение в устройствах, где критичны массогабаритные характеристики.

Современные методы миниатюризации направленных ответвителей включают использование изогнутых линий передачи, фрактальных структур, многослойных подложек, а также замену распределенных элементов сосредоточенными компонентами, такими как катушки индуктивности и конденсаторы со структурой фильтров нижних частот (ФНЧ). Некоторые методы миниатюризации имеют недостатки: например, многослойные структуры усложняют производство, а фрактальные геометрии ограничены практической реализуемостью. Применение LC -элементов ФНЧ, имитирующих работу четвертьволновых отрезков, выглядит перспективным, однако большинство исследований не учитывают влияние порядка фильтра на итоговые параметры ответвителя. Это создает пробел в понимании того, какая комбинация параметров ФНЧ обеспечивает оптимальный баланс между компактностью, широкополосностью и сохранением характеристик.

В данной работе исследуется замена четвертьволновых отрезков в КМ на LC -элементы ФНЧ 3-го, 5-го, 7-го и 9-го порядков. Далее для сокращения записей вместо LC -элементы ФНЧ будем использовать аббревиатуру ФНЧ. Ниже рассмотрены КМ с Т-образной схемой ФНЧ, фильтры которых начинающиеся и заканчивающиеся с продольной индуктивности. Однако, используя соотношения дуальности, все результаты, полученные в работе, могут быть применены для КМ с П-образной схемой ФНЧ.

Основная цель — анализ влияния порядка ФНЧ на характеристики квадратурного моста: рабочую полосу ($\pm 0,5$ дБ дисбаланса), фазовый сдвиг 90° и развязку (-15 дБ).

Результаты работы предоставляют инженерам методику выбора параметров L -, C -элементов ФНЧ для проектирования КМ без существенного ухудшения их эксплуатационных показателей.

Схема квадратурного моста

Квадратурный мост (КМ) — это устройство, состоящее из двух параллельных шлейфов (отрезков линий передачи), подключенных к основной линии передачи. На рис. 1 показана классическая реализация выполняется на микрополосковой технологии, где шлейфы ($l_1 - l_2$) имеют длину, равную четверти длины волны ($\lambda/4$) на центральной частоте КМ.

Основные элементы схемы КМ при сонаправленном типе направленности (ответвленный сигнал распространяется в том же направлении, что и основной):

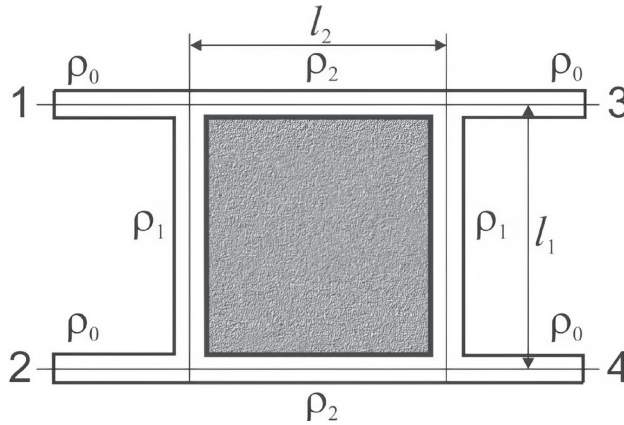


Рис. 1. Классическая схема КМ

Fig. 1. Standard circuit of a quadrature directional coupler

1. Основная линия передачи, которая соединяет входной порт (Port 1) и прямой выходной порт (Port 3). Сигнал, проходящий через шлейфы, приобретает фазовый сдвиг 90° из-за их длины ($\lambda/4$). Это обеспечивает разность фаз 90° между Port 1 и Port 3.

2. Два шлейфа, которые подключены параллельно к основной линии на расстоянии $\lambda/4$ друг от друга.

3. Связанный порт (Port 4) — это выход, куда направляется часть мощности сигнала.

4. Развязанный порт (Port 2), который в идеальном случае не получает мощности, поскольку в него приходят два сигнала с фазовым сдвигом 180° .

Для 3-дБ КМ (равное деление мощности $k = 1$) волновое сопротивление шлейфов (ρ_1) и основной линии (ρ_2) связано соотношениями:

$$k = \frac{|S_{31}|^2}{|S_{41}|^2}, \quad |S_{31}|^2 = |S_{41}|^2, \quad (1)$$

$$\rho_1 = \rho_0 \sqrt{k}, \quad \rho_1 = \rho_0, \quad (2)$$

$$\rho_2 = \rho_0 \sqrt{\frac{k}{k+1}}, \quad \rho_2 = \rho_0 / \sqrt{2}, \quad (3)$$

где k — коэффициент деления, определяемый как отношение мощностей на выходах КМ или отношение квадратов коэффициентов передачи КМ, ρ_0 — волновое сопротивление подводящих линий передачи КМ.

Графики, характеризующие основные зависимости классического КМ для $\rho_1 = 50$ Ом и $\rho_2 = 35,35$ Ом, представлены на рис. 2, 3.

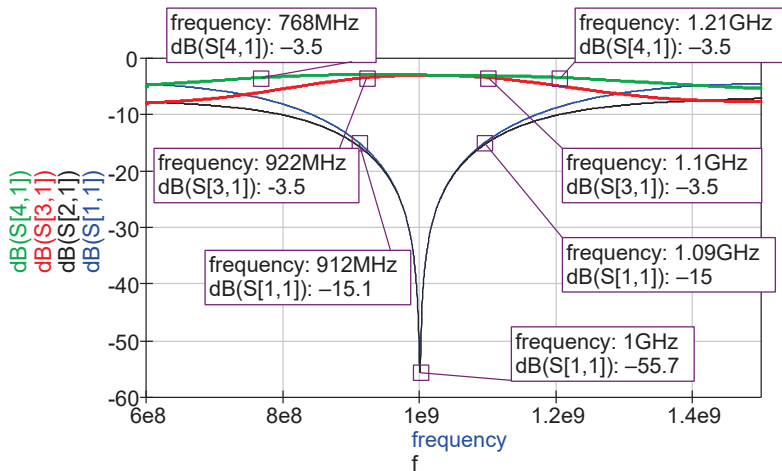


Рис. 2. Частотные зависимости S-параметров классического КМ

Fig. 2. Frequency dependences of the S-parameters of a standard directional coupler

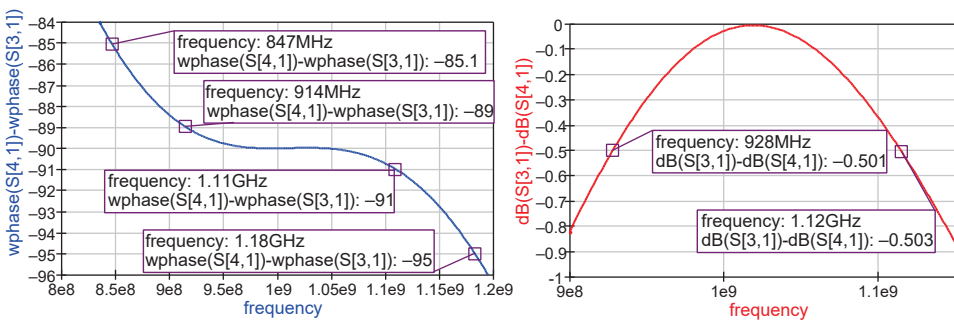


Рис. 3. Частотные зависимости фазоразностной характеристики и дисбаланса коэффициентов передачи классического КМ

Fig. 3. Frequency dependences of the phase-difference characteristic and the imbalance of the transmission coefficients of a standard directional coupler

Использование элементов ФНЧ вместо $\lambda/4$ -шлейфов

Теория длинных линий — это раздел электротехники и радиотехники, который описывает поведение электромагнитных волн в линиях передачи, таких как коаксиальные кабели, микрополосковые линии или двухпроводные линии. Она учитывает распределенные параметры линии: индуктивность (L'), емкость (C'), активное сопротивление (R') и проводимость (G') утечки на единицу длины. В отличие от коротких цепей, где эти параметры можно считать сосредоточенными (например, в резисто-

рах, конденсаторах и катушках индуктивности), в длинных линиях они распределены по всей длине.

Теория длинных линий позволяет связать характеристики микрополосковой линии с заменяющей ее L -, C -схемой. Для идеальной линии без потерь $R' = 0$ и $G' = 0$, микрополосковая линия передачи эквивалентна бесконечной цепочке последовательных индуктивностей (L') и параллельных емкостей (C'). Это похоже на структуру фильтра нижних частот, который также состоит из индуктивностей и емкостей.

Достоинством замены четвертьволнового отрезка на ФНЧ является уменьшение площади КМ особенно заметное на частотах в десятки и сотни МГц.

Четвертьволновой отрезок линии передачи создает фазовый сдвиг 90° на центральной частоте. Фильтр нижних частот необходимо рассчитать так, чтобы он обеспечивал фазовый сдвиг 90° на той же частоте. Обозначим центральную частоту, на которой фазовый сдвиг равен 90° , как частоту с индексом f_{90} . В окрестности центральной частоты f_{90} амплитудно-частотная (АЧХ) и фазочастотная (ФЧХ) характеристики ФНЧ будут близки к характеристикам четвертьволнового отрезка. В составе КМ должны использоваться два ФНЧ, заменяющие отрезки ρ_1 и, соответственно, рассчитанные на сопротивление нагрузки $R = 50$ Ом, а также два ФНЧ, заменяющие отрезки ρ_2 и рассчитанные на сопротивление нагрузки $R = 35,35$ Ом. Поскольку значения элементов ФНЧ при этом изменяются пропорционально отношению сопротивлений, достаточно рассчитать ФНЧ, для сопротивления нагрузки 50 Ом.

Таким образом, существуют две возможности использования LC -элементов со структурой ФНЧ вместо четвертьволновых отрезков линий передачи:

- рассчитать стандартный ФНЧ таким образом [5, 8], чтобы на центральной частоте фазовые сдвиги ФНЧ и отрезка совпадали. При этом АЧХ и ФЧХ ФНЧ сохраняются, но его частота среза не совпадает с центральной частотой КМ;
- выбрать ФНЧ таким образом, чтобы на частоте f_{90} ABCD-матрица четвертьволнового отрезка совпадала с ABCD-матрицей ФНЧ.

Ниже проанализирован второй способ расчета ФНЧ.

Таким образом, замена четвертьволнового отрезка на ФНЧ возможна благодаря совпадению ключевых параметров (фазового сдвига, импеданса и ABCD-матриц) на центральной частоте. Это делает ФНЧ удобной альтернативой для миниатюризации устройств и упрощения их конструкции.

Формулы для расчета ФНЧ 3-го порядка

Вывод формул для расчета элементов Т-образной схемы ФНЧ, устанавливаемой вместо четвертьволновых отрезков КМ, основан на приравнивании их ABCD-матриц.

Для линии передачи длиной $\theta = 90^\circ$ ($\pi/2$ радиан) с волновым сопротивлением ρ , ABCD-матрица имеет вид:

$$ABCD_{\lambda/4} = \begin{pmatrix} 0 & j\rho \\ j/\rho & 0 \end{pmatrix}. \quad (4)$$

Т-образная схема ФНЧ состоит из двух последовательных индуктивностей (L) и параллельной емкости (C) (рис. 4). ABCD-матрица такого фильтра равна произведению матриц L -, C -элементов.

$$ABCD_{\text{ФНЧ}_3} = \begin{pmatrix} 1 & j\omega_{90}L \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ j\omega_{90}C & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & j\omega_{90}L \\ 0 & 1 \end{pmatrix}. \quad (5)$$

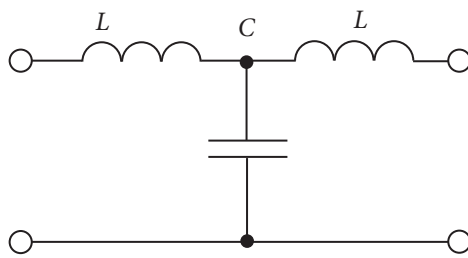


Рис. 4. Т-образная схема ФНЧ 3-го порядка

Fig. 4. T-shaped circuit of the 3rd order low-pass filter

Последовательное умножение матрицы индуктивности на матрицу емкости определяется соотношением (6):

$$\begin{pmatrix} 1 & j\omega_{90}L \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ j\omega_{90}C & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 - \omega_{90}^2 LC & j\omega_{90}L \\ j\omega_{90}C & 1 \end{pmatrix}. \quad (6)$$

Умножив соотношения (6) на третью матрицу — матрицу индуктивности, получим ABCD-матрицу Т-образной схемы ФНЧ:

$$\begin{pmatrix} 1 - \omega_{90}^2 LC & j\omega_{90}L \\ j\omega_{90}C & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ j\omega_{90}C & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 - \omega_{90}^2 LC & j\omega_{90}L(2 - \omega_{90}^2 LC) \\ j\omega_{90}C & 1 - \omega_{90}^2 LC \end{pmatrix}. \quad (7)$$

Приравняем матрицу четвертьволнового отрезка к матрице ФНЧ:

$$\begin{pmatrix} 0 & j\rho \\ j/\rho & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 - \omega_{90}^2 LC & j\omega L(2 - \omega_{90}^2 LC) \\ j\omega_{90} C & 1 - \omega_{90}^2 LC \end{pmatrix}. \quad (8)$$

Обозначая $\omega_{90}^2 LC = x$ и приравнивая одинаковые члены матриц из соотношения (8), получаем:

$$1 - x = 0, \quad (9)$$

$$\omega_{90} L(2 - x) = \omega_{90} L(1 + (1 - x)) = \omega_{90} L = \rho, \quad (10)$$

$$\omega C = 1/\rho. \quad (11)$$

Из соотношений (10), (11) следует, что сопротивления индуктивности ωL и емкости $1/\omega C$ равны друг другу, а их перемножение — квадрату волнового сопротивления:

$$\omega_{90} L = 1/\omega_{90} C = \rho, \quad \frac{L}{C} = \rho^2. \quad (12)$$

В итоге получаем выражения для определения L и C ФНЧ 3-го порядка:

$$L = \frac{\rho}{\omega_{90}} \quad C = \frac{L}{\rho^2}. \quad (13)$$

Таким образом, зная значения индуктивности (емкости) и волнового сопротивления, можно вычислить значение емкости (индуктивности). Такой подход позволяет, зная значение одного из элементов, рассчитать второй с помощью соотношения (12).

КМ с применением ФНЧ 3-го порядка

Рассчитаем с помощью соотношений (10), (12) значения LC -элементов Т-образной схемы для центральной частоты 1 ГГц и волнового сопротивления 50 Ом.

$$L = \frac{50}{2 \cdot 3,14 \cdot 1 \cdot 10^9} = 7,957 \text{ нГн},$$

$$C = \frac{7,957 \cdot 10^{-9}}{(50)^2} = 3,1831 \text{ пФ}.$$

Схема ФНЧ и рассчитанные в программе «QUCS» частотные характеристики фильтра (АЧХ и ФЧХ) приведены на рис. 5. Значение частоты и фазового сдвига в пределах точности установки значений элементов и вычислений в программе «QUCS» соответствуют заданным требованиям.

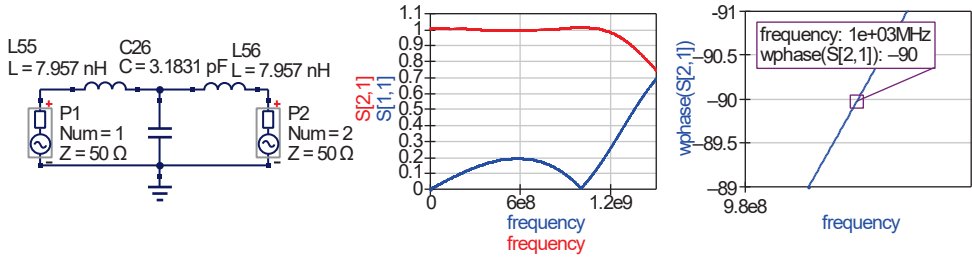


Рис. 5. Т-образная схема ФНЧ 3-го порядка и ее частотные характеристики

Fig. 5. T-shaped 3rd order low-pass filter circuit and its frequency characteristics

Схема КМ с использованием ФНЧ с сопротивлениями 50 и 35,35 Ом и частотные зависимости ее S-параметров приведены на рис. 6. Частотные зависимости дисбаланса и фазоразностной характеристики КМ показаны на рис. 7.

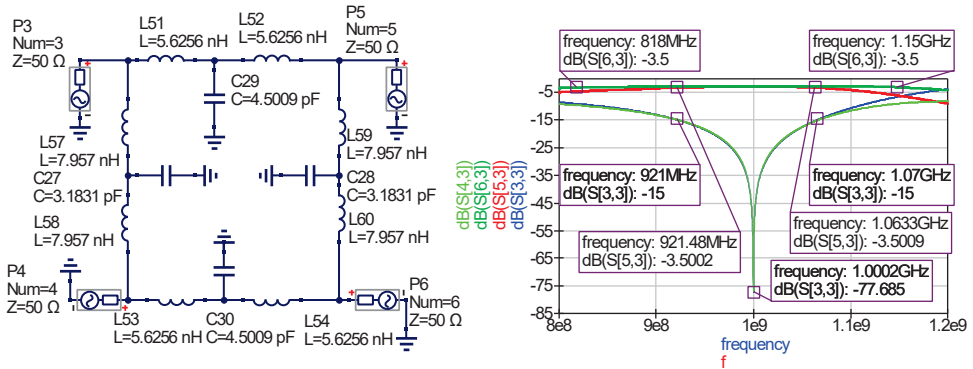


Рис. 6. Схема КМ с ФНЧ 3-го порядка и частотные зависимости его S-параметров

Fig. 6. Schematic diagram of a directional coupler with the 3rd order low-pass filter and frequency dependences of its S-parameters

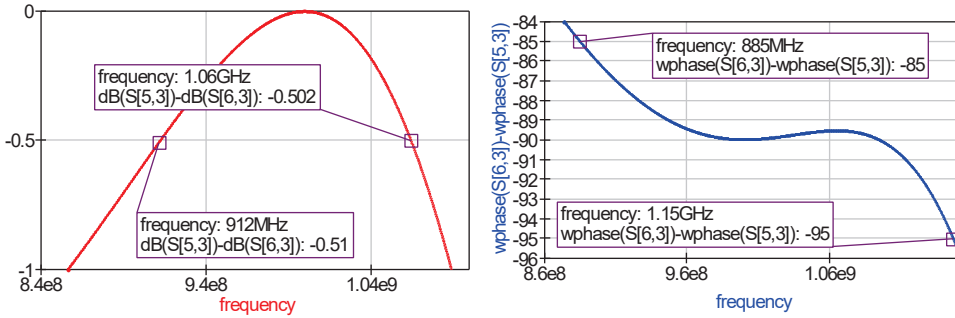


Рис. 7. Частотные зависимости дисбаланса и фазоразностной характеристики КМ

Fig. 7. Frequency dependencies of the imbalance and phase-difference characteristics of the directional coupler

Формулы для расчета ФНЧ 5-го порядка

Вывод формул для расчета элементов L и C ФНЧ 5-го порядка аналогичен расчету L и C ФНЧ 3-го порядка. Для замены четвертьволнового отрезка на Т-образный ФНЧ 5-го порядка (рис. 8) также приравниваем их ABCD-матрицы. Из соображений симметрии все индуктивности, а также емкости равны друг другу.

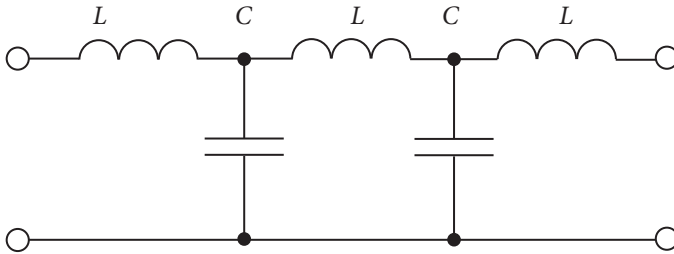


Fig. 8. Т-образная схема ФНЧ 5-го порядка

Fig. 8. T-shaped circuit of the 5th order low-pass filter

ABCD матрица ФНЧ 5-го порядка состоит из произведения пяти матриц элементов

$$ABCD_{\text{ФНЧ}_5} = \begin{pmatrix} 1 & j\omega_{90}L \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ j\omega_{90}C & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & j\omega_{90}L \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ j\omega_{90}C & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & j\omega_{90}L \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Перемножаем матрицы последовательно. Используя готовую матрицу передачи ФНЧ 3-го порядка — соотношение (8), умножим ее на матрицу емкости и получим матрицу ФНЧ 4-го порядка:

$$\begin{pmatrix} 1 - \omega_{90}^2 LC & j\omega_{90}L(2 - \omega_{90}^2 LC) \\ j\omega_{90}C & 1 - \omega_{90}^2 LC \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ j\omega_{90} & 1 \end{pmatrix} = \\ = \begin{pmatrix} 1 - 3\omega_{90}^2 LC + \omega_{90}^4 L^2 C^2 & j\omega_{90}L(2 - \omega_{90}^2 LC) \\ j\omega_{90}C(2 - \omega_{90}^2 LC) & 1 - \omega_{90}^2 LC \end{pmatrix}.$$

Матрицу ФНЧ 4-го порядка умножаем на матрицу передачи индуктивности и приравниваем матрицу передачи ФНЧ 5-го порядка к матрице четвертьволнового отрезка:

$$\begin{pmatrix} 1 - 3\omega_{90}^2 LC + \omega_{90}^4 L^2 C^2 & j\omega_{90}L(3 - 4\omega_{90}^2 LC + \omega_{90}^4 L^2 C^2) \\ j\omega_{90}C(2 - \omega_{90}^2 LC) & 1 - 3\omega_{90}^2 LC + \omega_{90}^4 L^2 C^2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & j\rho \\ j/\rho & 0 \end{pmatrix}.$$

Для сокращения преобразований обозначим $\omega^2 LC = x$ и перепишем равенство:

$$\begin{pmatrix} 1 - 3x + x^2 & j\omega_{90}L(3 - 4x + x^2) \\ j\omega_{90}C(2 - x) & 1 - 3x + x^2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & j\rho \\ j/\rho & 0 \end{pmatrix}. \quad (14)$$

Приравнивая последовательно элементы матриц передач ФНЧ 5-го порядка и четвертьволнового отрезка, получаем уравнения:

$$1 - 3x + x^2 = 0, \quad (15)$$

$$\omega_{90}L(3 - 4x + x^2) = \rho, \quad (16)$$

$$\omega_{90}C(2 - x) = 1/\rho. \quad (17)$$

Преобразуем (16) и затем подставим в него (15):

$$\omega_{90}L(3 - 4x + x^2) = \omega_{90}L[(1 - 3x + x^2) + (2 - x)] = \omega_{90}L(2 - x) = \rho. \quad (18)$$

Поделим почленно (18) на (17):

$$\frac{L}{C} = \rho^2. \quad (19)$$

Соотношение (19) совпадает с соотношением (12) для КМ с ФНЧ 3-го порядка.

Из решения уравнения (15) выбираем корень, не нарушающий соотношений (18), (19):

$$x_2 = \frac{3 - \sqrt{5}}{2}. \quad (20)$$

Подставив (20) в (18), получим:

$$\omega_{90}L(2 - x) = \omega_{90}L \left(2 - \frac{3 - \sqrt{5}}{2} \right) = \omega_{90}L \left(\frac{1 + \sqrt{5}}{2} \right) = \rho. \quad (21)$$

Заметим, что $\left(\frac{1 + \sqrt{5}}{2} \right) \approx 1,618$ определяет так называемое «золотое сечение».

Из (21) и (19) получаем соотношения для расчета элементов ФНЧ:

$$L = \frac{\rho}{1,618\omega_{90}} = \frac{0,618\rho}{\omega_{90}}, \quad (22)$$

$$C = \frac{L}{\rho^2}. \quad (23)$$

Зная значения индуктивности (емкости) и волнового сопротивления, можно вычислить значение емкости (индуктивности). Такой подход позволяет, зная значение одного из элементов, рассчитать второй с помощью соотношения (23).

КМ с применением ФНЧ 5-го порядка

Проверим корректность формул для расчета индуктивности L и емкости C фильтра нижних частот (ФНЧ) пятого порядка, реализованного по Т-образной схеме. Для этого рассчитаем номиналы L -, C -элементов для центральной частоты 1 ГГц и волнового сопротивления 50 Ом.

$$L = \frac{0,618 \cdot 50}{2 \cdot 3,14 \cdot 1 \cdot 10^9} = 4,92 \text{ нГн},$$

$$C = \frac{4,92 \cdot 10^{-9}}{50^2} = 1,968 \text{ пФ}.$$

Схема ФНЧ с частотными характеристиками (АЧХ и ФЧХ) промоделирована в программе «QUCS» и приведена на рис. 9. Судя по характеру пульсаций функций передачи и коэффициента отражения ФНЧ 5-го порядка,

нельзя классифицировать ни как чебышевский, ни как баттервортовский или иной.

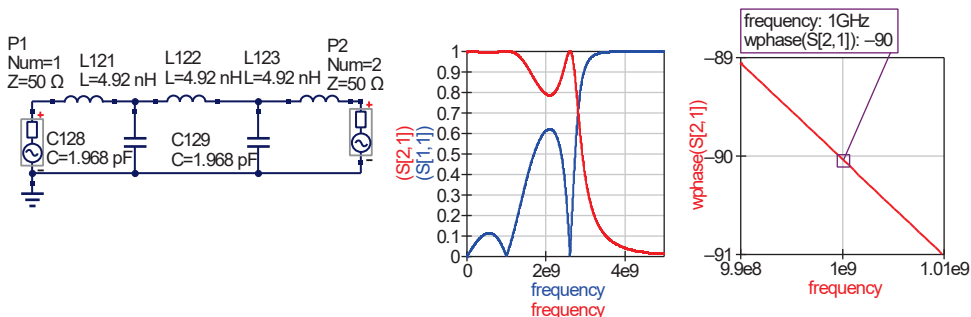


Рис. 9. Т-образная схема ФНЧ 5-го порядка и ее частотные характеристики
Fig. 9. T-shaped 5th order low-pass filter circuit and its frequency characteristics

Фазовый сдвиг функции передачи ФНЧ на частоте $f_{90} = 1 \text{ ГГц}$ равен 90° . Это доказывает правильность расчетов и возможность использовать ФНЧ вместо четвертьволновых отрезков, входящих в состав КМ. Далее был собран КМ с использованием ФНЧ с сопротивлениями 50 и 35,35 Ом (рис. 10). Также в программе «QUCS» были промоделированы частотные характеристики КМ: графики S-параметров (рис. 11), разности фаз и дисбаланса (рис. 11).

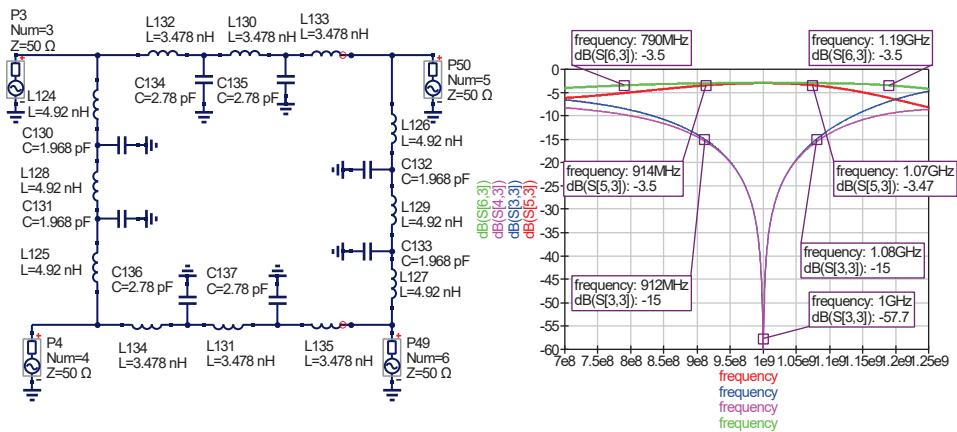


Рис. 10. Схема КМ с применением ФНЧ 5-го порядка и частотные зависимости S-параметров
Fig. 10. Schematic diagram of the directional transponder using the 5th-order low-pass filter and frequency dependences of S-parameters

Б. В. Гусев, Д. А. Летавин, А. А. Пятышин
 Синтез квадратурных ответвителей с LC-фильтрами различного порядка

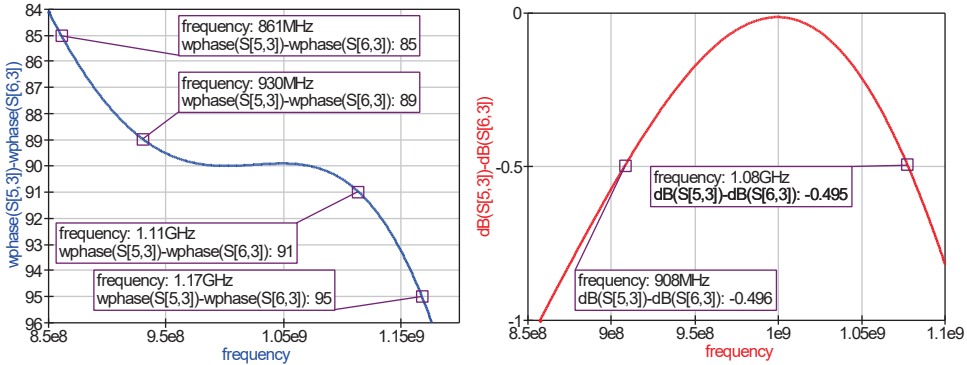


Рис. 11. Частотные зависимости фаза-разностной характеристики и дисбаланса

Fig. 11. Frequency dependences of the phase-difference characteristic and imbalance

Формулы для расчета ФНЧ 7-го порядка

T-образная схема ФНЧ 7-го порядка приведена на рис. 12.

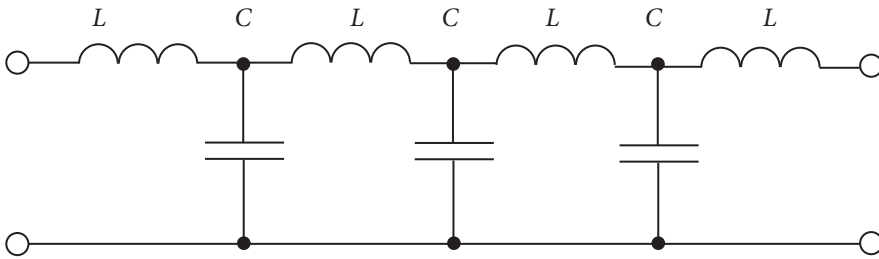


Рис. 12. T-образная схема ФНЧ 7-го порядка

Fig. 12. T-shaped circuit of the 7th order low-pass filter

Так же, как и ранее, записываем ABCD-матрицу ФНЧ 7-го порядка и, используя методику, отработанную для ФНЧ 3-го и 5-го порядков, рассчитаем элементы ФНЧ 7-го порядка.

$$\begin{aligned}
 ABCD_{\text{ФНЧ}_7} = & \begin{pmatrix} 1 & j\omega_{90}L \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ j\omega_{90}C & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & j\omega_{90}L \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ j\omega_{90}C & 1 \end{pmatrix} \times \\
 & \times \begin{pmatrix} 1 & j\omega_{90}L \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ j\omega_{90}C & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & j\omega_{90}L \\ 0 & 1 \end{pmatrix}
 \end{aligned}$$

Приравнивая матрицы передачи ФНЧ 7-го порядка и матрицу передачи четвертьволнового отрезка с учетом подстановки $\omega^2 LC = x$, получаем уравнения:

$$1 - 6x + 5x^2 - x^3 = 0, \quad (24)$$

$$\omega_{90} L(4 - 10x + 6x^2 - x^3) = \omega_{90} L(3 - 4x + x^2) = \rho, \quad (25)$$

$$\omega_{90} C(3 - 4x + x^2) = 1/\rho. \quad (26)$$

Если поделить почленно (25) на (26), получим:

$$\frac{L}{C} = \rho^2. \quad (27)$$

Из (25)

$$L = \frac{\rho}{\omega_{90}(3 - 4x + x^2)}. \quad (28)$$

Из корней уравнения (24) $x_1 = 0,19806$; $x_2 = 1,5549$; $x_3 = 3,24697$ выбираем корень $x_1 = 0,19806$, имеющий физическое значение (неотрицательные элементы ФНЧ). При подстановке этого корня в (27), (28) получаем соотношения для расчета значений L , C :

$$L = \frac{0,445 \cdot \rho}{\omega_{90}}, \quad (29)$$

$$C = \frac{L}{\rho^2} = \frac{0,445}{\omega_{90}\rho}. \quad (30)$$

Сравнивая соотношения (13) и (22), (23), (29), (30), замечаем, что они отличаются только множителем перед волновым сопротивлением ρ для расчета индуктивности L . Используя эти решения можно попытаться ввести приближенные соотношения для расчета элементов многоэлементной L -, C -структуры:

$$L \approx \frac{3,09\rho}{n\omega_{90}}, \quad (31)$$

$$C \approx \frac{L}{\rho^2}. \quad (32)$$

Здесь n — число элементов L -, C -структуры. Замечаем, что соотношения для расчета емкости остается неизменным для структуры с любым количеством элементов n .

КМ с применением ФНЧ 7-го порядка

Схема ФНЧ с частотными характеристиками (АЧХ и ФЧХ) промоделирована в программе «QUCS» и приведена на рис. 13. Значения элементов вычислены по соотношениям (29), (30). ФНЧ 7-го порядка также нельзя классифицировать ни как чебышевский, ни как баттервортовский. Схема КМ, частотные характеристики ее S-параметров, разности фаз и дисбаланса промоделированы в программе «QUCS» и представлены на рис. 14–16.

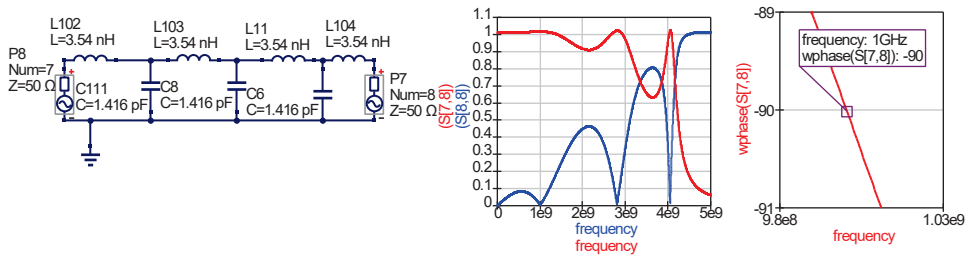


Рис. 13. Т-образная схема ФНЧ 7-го порядка и ее частотные зависимости

Fig. 13. T-shaped the 7th-order low-pass filter circuit and its frequency dependences

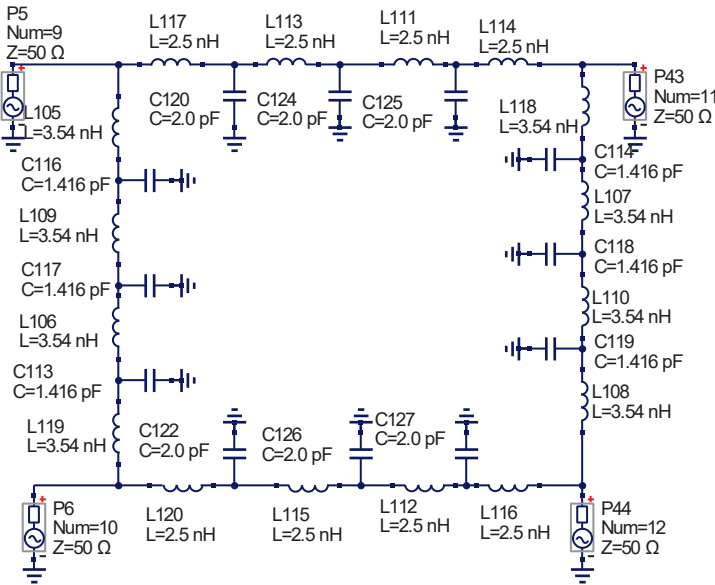


Рис. 14. КМ с ФНЧ 7-го порядка

Fig. 14. Directional coupler with the 7th order low-pass filter

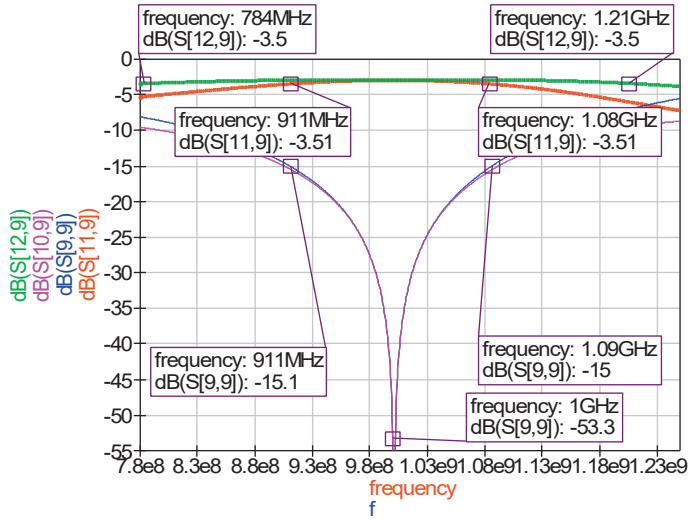


Рис. 15. Частотные зависимости S-параметров КМ

Fig. 15. Frequency dependences of S-parameters of the directional coupler

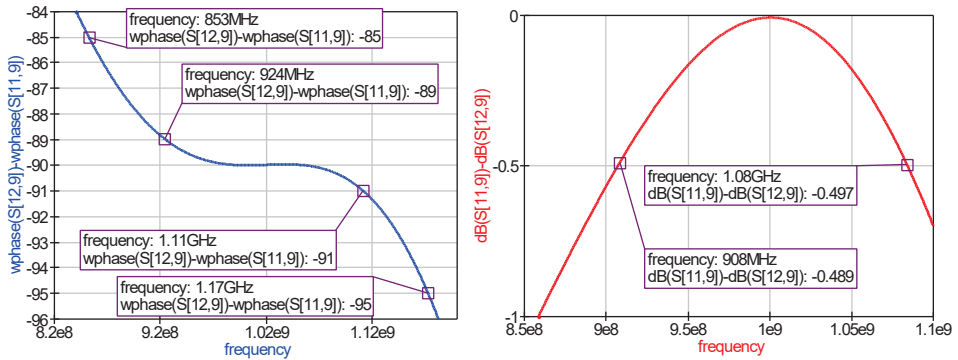


Рис. 16. Частотные зависимости фазоразностной характеристики и дисбаланса

Fig. 16. Frequency dependences of the phase-difference characteristic and imbalance

Формулы для расчета ФНЧ 9-го порядка

T-образная схема ФНЧ 9-го порядка приведена на рис. 17.

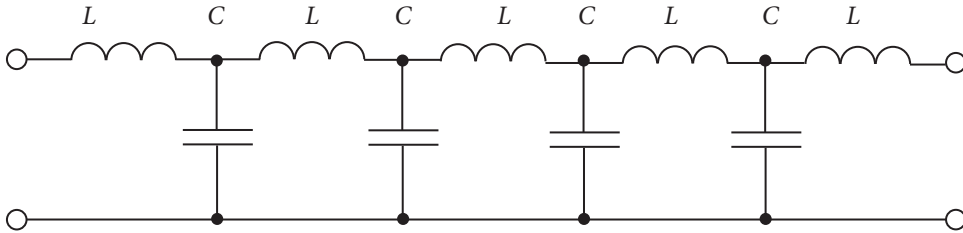


Рис. 17. T-образная схема ФНЧ 9-го порядка
Fig. 17. T-shaped circuit of the 9th order low-pass filter

Так же, как и ранее, используя методику, отработанную для ФНЧ 3-го, 5-го и 7-го порядков, рассчитаем элементы ФНЧ 7-го порядка.

Умножим ABCD-матрицу ФНЧ 9-го порядка на матрицу емкости

$$\begin{pmatrix} 1-6x+5x^2-x^3 & j\omega_{90}L(4-10x+6x^2-x^3) \\ j\omega_{90}C(3-4x+x^2) & 1-6x+5x^2-x^3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ j\omega_{90}C & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1-10x+15x^2-7x^3+x^4 & j\omega_{90}L(4-10x+6x^2-x^3) \\ j\omega_{90}C(4-10x+6x^2-x^3) & 1-6x+5x^2-x^3 \end{pmatrix}. \quad (33)$$

Полученную матрицу 8-го порядка умножим на матрицу индуктивности

$$\begin{pmatrix} 1-10x+15x^2-7x^3+x^4 & j\omega_{90}L(4-10x+6x^2-x^3) \\ j\omega_{90}C(4-10x+6x^2-x^3) & 1-6x+5x^2-x^3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & j\omega L \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1-10x+15x^2-7x^3+x^4 & j\omega_{90}L(5-20x+21x^2-8x^3+x^4) \\ j\omega_{90}C(4-10x+6x^2-x^3) & 1-10x+15x^2-7x^3+x^4 \end{pmatrix}. \quad (34)$$

Приравнивая матрицы передачи ФНЧ 9-го порядка и матрицу передачи четвертьволнового отрезка, получаем уравнения:

$$\begin{pmatrix} 1-10x+15x^2-7x^3+x^4 & j\omega_{90}L(5-20x+21x^2-8x^3+x^4) \\ j\omega_{90}C(4-10x+6x^2-x^3) & 1-10x+15x^2-7x^3+x^4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & j\rho \\ j/\rho & 1 \end{pmatrix}.$$

$$1-10x+15x^2-7x^3+x^4=0, \quad (35)$$

$$j\omega_{90}L(5-20x+21x^2-8x^3+x^4)=j\rho, \quad (36)$$

$$j\omega_{90}C(4 - 10x + 6x^2 - x^3) = j/\rho. \quad (37)$$

Если из уравнения (36) вычесть (35), получим

$$j\omega_{90}L(4 - 10x + 6x^2 - x^3) = j\rho. \quad (38)$$

Поделив (38) на (37), получим соотношение аналогичное соотношениям (12), (19), (27):

$$\frac{L}{C} = \rho^2.$$

Вычисляя корни уравнения (35) $x_1 = 2,3473$; $x_2 = 1,0000$; $x_3 = 3,5321$; $x_4 = 0,1206$, выбираем корень, не противоречащий физической реализуемости элементов $x_4 = 0,1206$.

Подстановка этого корня в соотношение (38) позволяет вычислить значения индуктивности L и емкости C .

$$L = \frac{\rho}{\omega_{90}(4 - 10x + 6x^2 - x^3)} = \frac{0,3473\rho}{\omega_{90}}, \quad (39)$$

$$C = \frac{L}{\rho^2} = \frac{0,3473}{\omega_{90}\rho}. \quad (40)$$

В общем случае формулы (39), (40) могут быть записаны в более общем виде:

$$L = \frac{\alpha_n \rho}{\omega_{90}}, \quad C = \frac{\alpha_n}{\omega_{90} \rho},$$

где α_n — нормированное значение элемента ФНЧ, $n = 3, 5, 7, 9$ и т. д. число элементов или порядок ФНЧ. Таким образом, $\alpha_3 = 1$, $\alpha_5 = 0,618$, $\alpha_7 = 0,445$, $\alpha_9 = 0,3473$.

КМ с применением ФНЧ 9-го порядка

Схема ФНЧ с частотными характеристиками (АЧХ и ФЧХ) промоделирована в программе «QUCS» и приведена на рис. 18. Значения элементов вычислены по соотношениям (39), (40). ФНЧ 9-го порядка также нельзя классифицировать ни как чебышевский, ни как баттервортовский. Схема КМ, его частотные характеристики, графики S-параметров, разности фаз и дисбаланса промоделированы в программе «QUCS» и приведены на рис. 19–21.

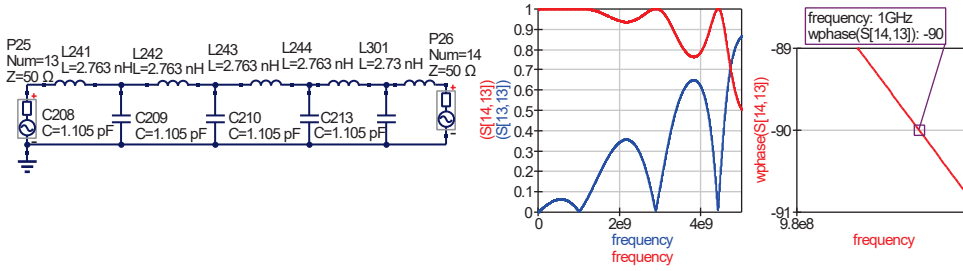


Рис. 18. Т-образная схема ФНЧ 9-го порядка и ее частотные характеристики
Fig. 18. T-shaped the 9th-order low-pass filter circuit and its frequency characteristics

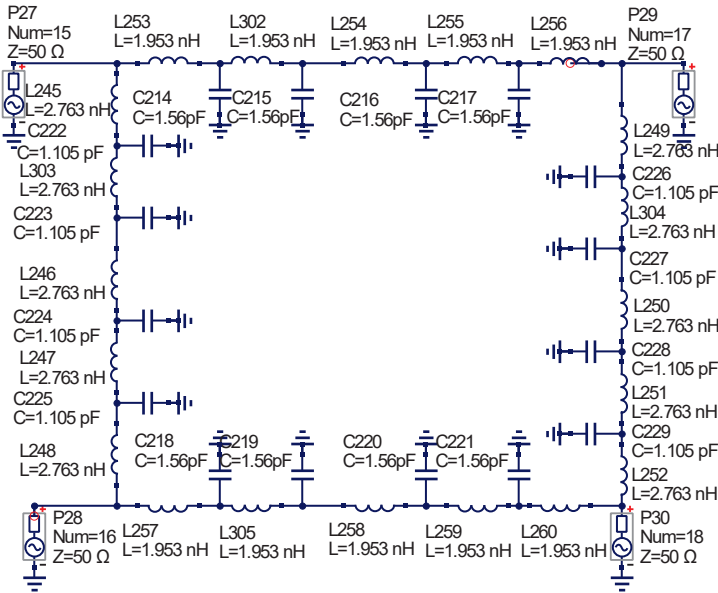


Рис. 19. КМ с ФНЧ 9-го порядка
Fig. 19. Directional coupler with the 9th order low-pass filter

Некоторое представление о характеристиках КМ, четвертьволновые отрезки которых заменены стандартными ФНЧ, и о характеристиках КМ, четвертьволновые отрезки которых заменены L -, C -элементы со структурой ФНЧ, можно получить из табл. 1.

Сравнение точных и приближенных коэффициентов и величин элементов ФНЧ представлено в табл. 2.

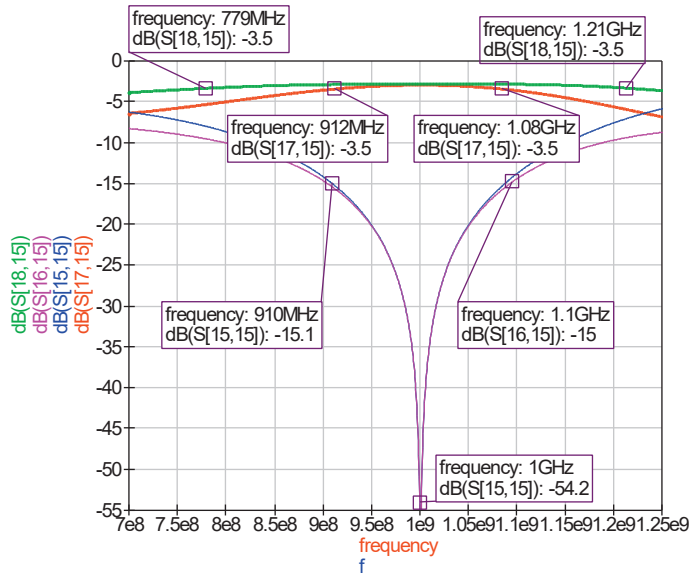


Рис. 20. Частотные зависимости S-параметров КМ

Fig. 20. Frequency dependences of S-parameters of the directional coupler

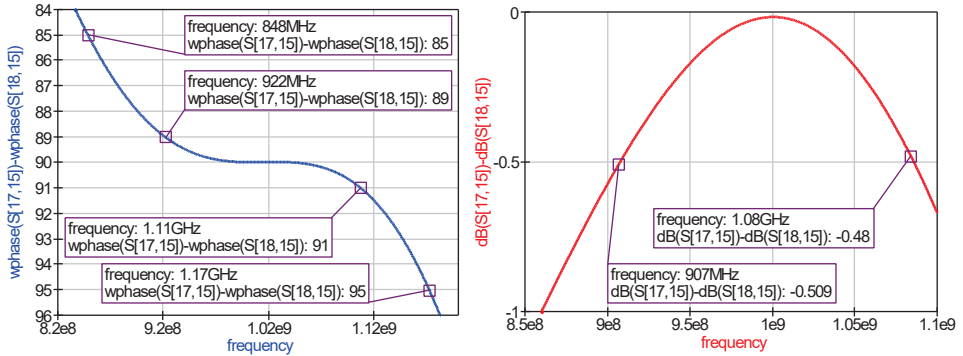
Рис. 21. Частотные зависимости
фаза-разностной характеристики и дисбалансаFig. 21. Frequency dependences
of the phase-difference characteristic and imbalance

Таблица 1. Сравнение КМ реализованных на разных ФНЧ**Table 1.** Comparison of directional couplers implemented on different low-pass filters

КМ на филь- трах разного порядка	Полоса $ S_{31} $ по уровню 0,5 дБ	Поло- са $ S_{41} $ по уровню 0,5 дБ	Полоса раз- ности фаз по уровню $90 \pm 5^\circ$	Полоса дисбаланса по уровню 0,5 дБ	Полоса по уровню развязки 15 дБ
КМ на отрезках	0,178	0,422	0,333	0,192	0,178
КМ 3Г	0,139	0,322	0,266	0,148	0,149
КМ 5Г	0,156	0,400	0,309	0,172	0,168
КМ 7Г	0,168	0,426	0,318	0,174	0,179
КМ 9Г	0,168	0,431	0,322	0,173	0,190

Таблица 2. Значения коэффициентов α_n и элементов LC-структур**Table 2.** Values α_n of coefficients and elements of LC structures

Число элементов n	α_n точно	α_n приближенно	L , нГ точно	L , нГ приближенно	$\Delta L/L$ приближенно	C , пФ точно	C , пФ приближенно	$\Delta C/C$ приближенно
3	1	1,030	7,957	8,196	-1,8 %	3,1828	3,278	-3 %
5	0,618	0,618	4,918	4,918	0	1,967	1,967	0
7	0,445	0,441	3,541	3,509	0,09 %	1,416	1,405	0,07 %
9	0,3473	0,343	2,732	2,729	0,1 %	1,0928	1,0916	0,1 %
11		0,2809		2,235			0,8942	

При предварительных исследованиях вполне возможно использовать приближенные соотношения для расчета элементов LC-структур высоких порядков.

Заключение

Использование L -, C -элементов со структурой ФНЧ позволяет создавать компактные КМ с характеристиками, близкими к характеристикам КМ на четвертьволновых отрезках. На основе приравнивания ABCD-матриц LC-элементов со структурой ФНЧ и четвертьволнового отрезка на центральной частоте f_{90} получены соотношения для расчета LC-элементов со структурой ФНЧ 3-го, 5-го, 7-го и 9-го порядков. Соотношения для структур 3-го, 5-го, 7-го и 9-го порядков были проверены и подтверждены с высокой точностью. Также получена аппроксимирующая функция,

с помощью которой можно определить номиналы L -, C -элементов для фильтров нижних частот любого порядка. Таким образом, материал статьи представляет собой основу для проектирования КМ ФНЧ, четвертьволновые отрезки которых заменены на L -, C -элементы со структурой ФНЧ, и может быть использован в практических приложениях.

Список литературы / References

1. Сазонов Д. М., Гридин А. Н., Мишустин Б. А. *Устройства СВЧ*. Под ред. Д. М. Сазонова. М.: Высшая школа; 1981. 295 с.
2. Малорацкий Л. Г., Явич Л. Р. *Проектирование и расчет СВЧ элементов на полосковых линиях*. М.: Советское радио; 1972. 232 с.
3. Кац Б. М., Мещанов В. П., Карамзина В. В. *Делители мощности СВЧ: по данным отечественной и зарубежной печати за 1960–1987 гг.* М.: ЦНИИ Электроника; 1988. 36 с. (Обзоры по электронной технике. Сер. 1. Электроника СВЧ. Вып. 6(1363)).
4. Гвоздев В. И., Нефёдов Е. И. *Объемные интегральные схемы СВЧ*. М.: Наука; 1985. 256 с.
5. Маттей Д. Л., Янг Л., Джонс Е. М. Т. *Фильтры СВЧ, согласующие цепи и цепи связи*. Т. 1. М.: Связь; 1971. 493 с.
6. Matthaei G. L., Young L., Jones E. M. T. *Microwave filters, impedance-matching networks, and coupling structures*. New York: McGraw-Hill Book Company, Inc.; 1964. 1096 p.
7. Kong W., Li P., Chang M., Yang G. Miniaturization design of 3dB directional coupler applied to balanced power amplifier in WLAN system. *2016 IEEE International Conference on Electronic Information and Communication Technology (ICEICT)*. 20–22 August 2016. Harbin, China. IEEE; 2016. P. 571–573. DOI 10.1109/ICEICT.2016.7879770.
8. Tang C. W., Chen M. G., Tsai C. H. Miniaturization of microstrip branch-line coupler with dual transmission lines. *IEEE Microwave and Wireless Components Letters*. 2008;18(3):185–187. DOI 10.1109/LMWC.2008.916798.
9. Ханзел Г. Е. *Справочник по расчету фильтров*. М.: Советское Радио; 1974. 288 с.
10. Hansell G. E. *Filter design and evaluation*. New York: Van Nostrand Reinhold Co; 1969. 203 p.

Информация об авторах

Гусев Борис Владимирович, кандидат технических наук, доцент, свободный ученый, г. Екатеринбург.

Летавин Денис Александрович, кандидат технических наук, доцент, доцент департамента радиоэлектроники и связи Института радиоэлектроники и информационных технологий, Уральский федеральный университет имени первого Президента России Б. Н. Ельцина, г. Екатеринбург.

Пятьшин Артем Андреевич, магистрант кафедры радиоэлектроники и телекоммуникаций Института радиоэлектроники и информационных технологий, Уральский федеральный университет имени первого Президента России Б. Н. Ельцина, г. Екатеринбург.

Information about the authors

Boris V. Gusev, Candidate of Technical Sciences, Freelance scientist, Ekaterinburg.

Denis A. Letavin, Candidate of Technical Sciences, Associate Professor of the Department of Radio Electronics and Communications, Institute of Radio Electronics and Information Technologies, Ural Federal University named after the first President of Russia B. N. Yeltsin, Ekaterinburg.

Artem A. Pyatyshin, Master's student, Department of Radioelectronics and Telecommunications, Institute of Radio Electronics and Information Technologies, Ural Federal University named after the first President of Russia B. N. Yeltsin, Ekaterinburg.

Поступила / Received: 13.05.2025

Принята в печать / Accepted: 14.08.2025